sigma

TIJDSCHRIFT VOOR INDUSTRIËLE STATISTIEK EN KWALITEITSBELEID · NUMMER



1956



Sigma wordt gezamenlijk uitgegeven door de Stichting Kwaliteitsdienst voor de Industrie en de Vereniging voor Statistiek. Het verschijnt twee-maandelijks.



Adres Redactie en Administratie Sigma:
Koninginnegracht 101
's-Gravenhage. Tel.: 01700/184463.

Adres Redactie Statistisch Nieuws:
Oostduinlaan 2
's-Gravenhage. Tel.: 01700/184270.



Abonnementsprijs:
f 9,— per zes nummers. Deze prijs geldt voor Nederland, de Nederlandse Antillen, Suriname, België, Luxemburg en Indonesië.
Voor de overige landen bedraagt de abonnementsprijs *f* 11,—, alles bij vooruitbetaling op gironummer 629376, ten name van de Kwaliteitsdienst voor de Industrie te 's-Gravenhage.
De prijs van losse nummers bedraagt *f* 2,—.
Leden van de Vereniging voor Statistiek ontvangen Sigma gratis.

SIGMA JAARGANG 2 NUMMER 3

sigma Σ

nummer 3 - juni 1956

Ditmaal....

PAG. 49-72 's-GRAVENHAGE 1956.3

Procesnauwkeurigheid bij metaalbewerkingen II

Profileren

Ir. K. W. v. GELDER
staffunctionaris bij de metaalwarenfabriek van N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken

Inleiding

Men kan de voorkomende procestypen bij metaalbewerkingen — afhankelijk van het gedrag ten aanzien van procesgemiddelde en procesnauwkeurigheid — in een zestal klassen indelen. In een inleidend artikel over dit onderwerp gaf H. J. Landman in een vorig nummer (Sigma 1956, no. 1) voorbeelden uit de praktijk van verschillende procestypen. Eén daarvan, het type C, werd gekenmerkt door de combinatie van een bestendige procesnauwkeurigheid en een sterk wisselend niveau van het procesgemiddelde. Dit type C zal in het volgende nader besproken worden aan de hand van een geval dat in ons bedrijf uitvoerig is onderzocht.

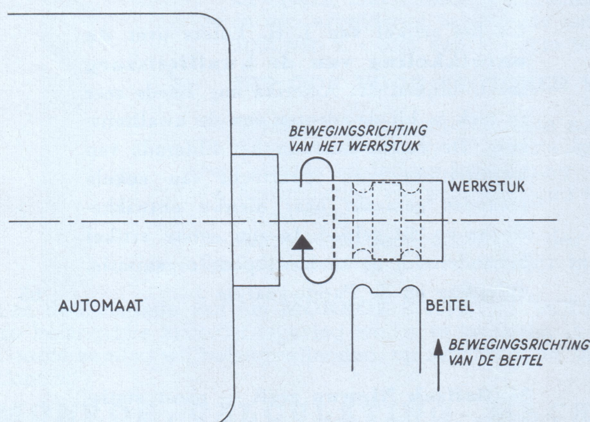


Fig. 1. Schematische voorstelling van profileren of „insteken". Het om zijn as wentelende werkstuk neemt van de dwarsbewogen beitel de gewenste vorm over. De stippellijn geeft de vorm van het werkstuk aan.

Het heeft betrekking op het z.g. profileren of insteken, een veel toegepaste bewerkingsmethode op automatische draaibanken voor het bewerken van o.a. stafmateriaal. Hierbij wordt aan een beitel van passende vorm (zie figuur 1) een langzame voedingsbeweging gegeven totdat zoveel materiaal is afgenomen dat de vereiste maat is bereikt.

Het insteken heeft het voordeel van grote bewerkingssnelheid, vooral als het gaat om betrekkelijk ingewikkelde profielen.

Daartegenover staat dat men op grond van ervaring aanneemt dat met deze bewerkingsmethode niet die nauwkeurigheid wordt gehaald als met normaal langsdraaien het geval is.

Het is echter moeilijk in te zien waarom insteken principieel ten achter zou moeten blijven bij langsdraaien. Om dit na te gaan is het insteekproces aan een nauwkeurige processtudie onderworpen. Deze heeft — zoals in het volgende zal blijken — interessante en zeer nuttige resultaten opgeleverd *.

*) De onderzoekingen hadden betrekking op een gangbaar type revolverautomaat met een maximale doorlaat van 12 mm.

De processtudie

Teneinde een dieper inzicht in het proces te verkrijgen werd gedurende enige tijd om de tien à vijftien minuten uit de produktie een steekproef van vier exemplaren genomen. In figuur 2 zijn de meetresultaten in steekproefvolgorde uitgezet. In het onderste gedeelte is de range uitgezet; we mogen uit het verloop hiervan concluderen dat de procesnauwkeurigheid * redelijk stabiel is.
Het procesgemiddelde daarentegen (middelste gedeelte van fig. 2) vertoont een geheel ander beeld.
De centrering van het proces is kennelijk niet beheerst. Boven de gebruikelijke $\bar{x}$ en R kaart is in de figuur nog een z.g. vormkaart getekend; een verticale streep hierin geeft het verschil aan tussen de geconstateerde grootste en kleinste afmeting van een ronde maat van ieder werkstuk. Uit de in de vormkaart ingetekende eis blijkt dat men de voorgeschreven tolerantie met dit proces nauwelijks kan aanhouden.
Om een nog beter inzicht in het proces te krijgen is gedurende enige tijd overgegaan tot het opmeten van *alle* werkstukken in volgorde van de bewerking. Figuur 3 geeft de meetresultaten weer op dezelfde wijze als in figuur 2. Zoals blijkt is het procesgemiddelde nog steeds instabiel. De nieuwe informatie duidt er op dat het procesgemiddelde een periodiek variërend verloop vertoont. Daaruit volgt een aanwijzing over de vermoedelijke storing van het produktieproces: ergens in het mechanisme schuilt een orgaan dat een ontoelaatbare slingering in de tijd uitvoert.

De verklaring

Uit de schematische tekening (fig. 4, blz. 52) van het voedingsmechanisme van de beitel (A) blijkt dat deze zijn beweging ontleent aan een geprofileerde schijf of curve (B). De beweging van de schijf wordt via een rol (C) en een hefboom (D) overgedragen.
De verklaring van de cyclische variatie in het procesgemiddelde schuilt nu in de gedragingen van de rol. Een excentrische bevestiging van de rol C op zijn as heeft tot gevolg dat de rol, bij zijn draaiende beweging langs de curve B, aan het uiteinde van de hefboom D een slingerende beweging geeft. De uiterste hefboomstand zal telkens weer anders zijn, hetgeen tot uitdrukking komt in een periodiek variërende uiterste beitelstand en in de maatvariatie van de werkstukken. Door de periodiciteit van de excenterbeweging is de cyclische variatie in de werkstukmaten dus verklaard.

* In het artikel van H. J. Landman (Sigma 1956, no. 1) werd de procesnauwkeurigheid gedefinieerd als het totale spreidingsgebied van het proces.

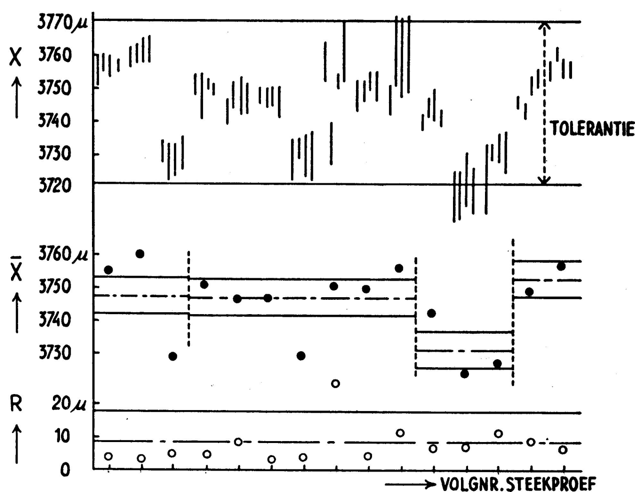


Fig. 2. Proceskaarten van insteekbewerking, waarbij de rol vrij op de curve afrolt.

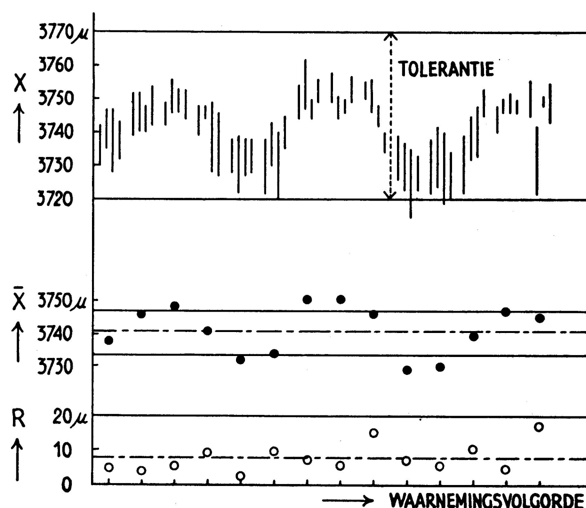


Fig. 3. Proceskaarten van insteekbewerking van een reeks opeenvolgend geproduceerde exemplaren, waarbij de rol vrij op de curve afrolt.

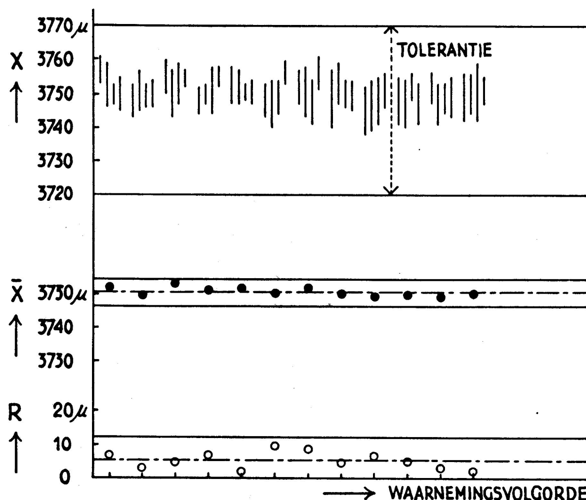


Fig. 5. Proceskaarten van een reeks opeenvolgend vervaardigde produkten, waarbij de tegen afrollen geborgde rol dienst doet als taststift tegen de curve.

De maatregelen

Nu de oorzaak van het verspringen van het procesgemiddelde is gevonden valt het niet moeilijk om aan te geven welke maatregelen zullen moeten worden genomen om het procesgemiddelde beter te kunnen beheersen.

Allereerst zij opgemerkt dat het op aanslag zetten van de slede de slingering in het procesgemiddelde reeds met een factor 4 à 5 vermindert, ongeacht of de aanslag licht of zwaar is afgesteld.

Hoewel het in principe mogelijk is het verschijnsel te bestrijden door zeer nauwkeurig geconstrueerde rollen te monteren rest de vraag hoelang deze toestand zal blijven bestaan, o.a. in verband met onregelmatige rolslijtage.

De meest voor de hand liggende oplossing is dan ook om de rollen tegen afrollen (draaien) te borgen, waardoor de rol in wezen eigenlijk een taststift geworden is. De procesresultaten verkregen met een „vaste" rol zijn weergegeven in figuur 5 op blz. 51.

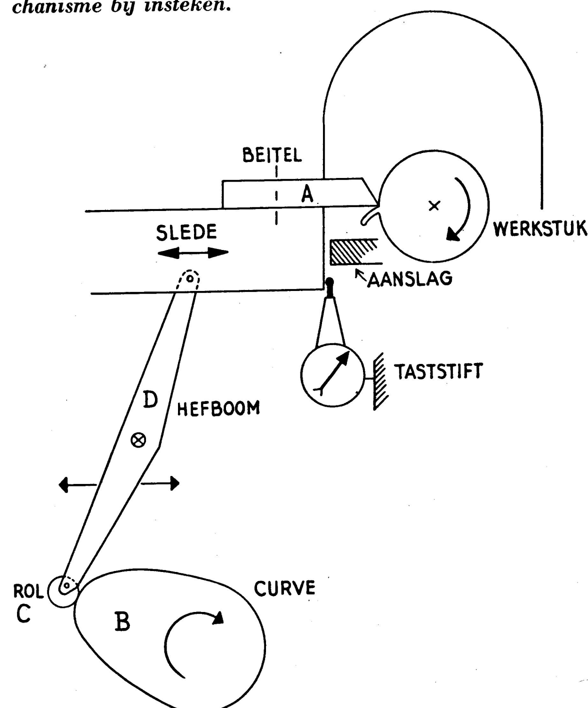
Uit de figuur blijkt dat het procesgemiddelde nu beheerst is, terwijl de tolerantie gemakkelijk kan worden gehaald.

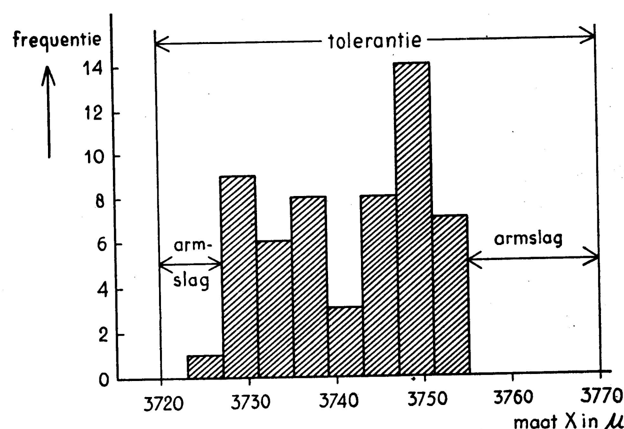
Men krijgt een juiste indruk van de grote verbetering die kon worden bereikt door de individuele meetresultaten van figuur 3 (losse rol) en van figuur 5 (vaste rol) als histogrammen weer te geven. In figuur 6 is de ligging van deze histogrammen ten opzichte van het tolerantieveld getekend.

In de oude toestand was de procesnauwkeurigheid zo klein dat slechts met moeite zonder uitval kon worden gewerkt. De armslag (d.i. het verschil tussen tolerantie en procesnauwkeurigheid) die voor stellen, beitelslijtage enz. overbleef bedroeg ongeveer 7 μ bij een tolerantieveld van 50 μ (zonder nog rekening te houden met de tolerantie voor onrondheid).

Na het wegnemen van de cyclische variatie nam de armslag toe van 7 μ tot 29 μ of wel tot ruim de helft van het tolerantiegebied, iets wat uit figuur 6 nog eens duidelijk blijkt. Deze belangrijke verruiming van de armslag betekent voor ISA kwaliteit IT 9 (toleranties in de orde van 35 μ) een grote winst en bepaalt vaak of er al dan niet met uitval geproduceerd zal moeten worden. Figuur 6 toont bovendien duidelijk aan hoe door een weinig kostbare technische verandering de procesnauwkeurigheid van deze zeer snelle bewerkingsmethode belangrijk vergroot kon worden waardoor insteken ook toepasbaar wordt voor de nauwkeuriger IT kwaliteiten.

Fig. 4. Schematische voorstelling van het bewegingsmechanisme bij insteken.





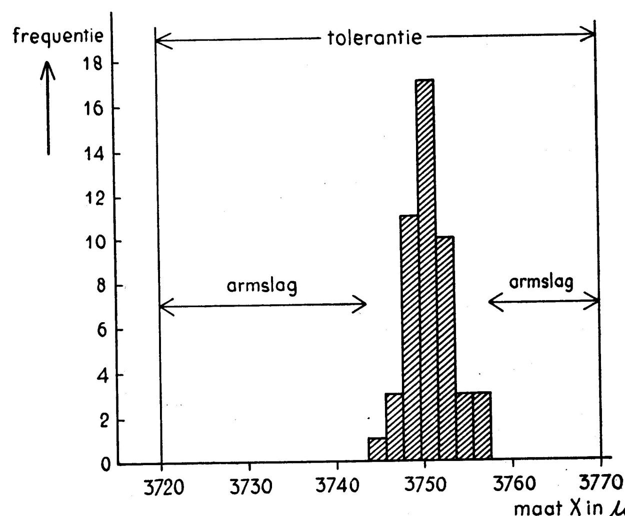


Fig. 6. De procesnauwkeurigheid voor en na het borgen van de rol. De armslag voor stellen en beitelslijtage is sterk toegenomen (waarnemingen van fig. 3 resp. 5).

Het is wellicht nuttig nog even in te gaan op de moeilijkheid van het juist instellen van het procesgemiddelde, als dit onderhevig is aan een cyclische variatie. Wordt in een „dal" van de cyclische beweging de onderste regelgrens overschreden dan zal men het procesgemiddelde moeten verhogen. Daar men echter meestal niet weet of men met een cyclische variatie te maken heeft loopt men hierbij het gevaar van overregeling van het proces. In de op het dal volgende „berg" zal dan mogelijk de bovenste regelgrens worden overschreden. Het voert echter te ver om hier nader op in te gaan.
Tevens is het aardig aan te tekenen dat door het wegnemen van het „roleffect" de nauwkeurigheid van insteken van dezelfde orde van grootte is geworden als die van langsdraaien. Daarmee is dus een oude gevestigde opvatting uit de werkplaats achterhaald. Evenwel moet worden erkend dat langsdraaien en insteken niet altijd even nauwkeurig zijn, omdat vooral de laatstgenoemde bewerkingsmethode o.a. sterk gevoelig is voor de invloed van het verwerkte materiaal. Een nader onderzoek naar deze invloed is momenteel nog gaande.

The tolerance is the link between design and production, and must be determined through coöperative action of both.

Enkele conclusies

1. De statistische interpretatie van de resultaten van een processtudie maakte een correct oordeel mogelijk over de procesnauwkeurigheid en de stabiliteit van het proces.
2. Door een systematische aanpak was het mogelijk de procesnauwkeurigheid van een groep automaten te verbeteren met ongeveer 10 à 20 μ.
3. Door een eenvoudige en weinig kostbare verandering kon met insteken vrijwel dezelfde nauwkeurigheid gehaald worden als met normaal langsdraaien.

Het examen Statistisch Analist 1955

Industrieel Toepassingsgebied

VERSLAG VAN DE EXAMENCOMMISSIE

De examencommissie 1955 voor Statistisch Analist van de V.V.S. was als volgt samengesteld:
A. J. de Jong, *Voorzitter;* Drs. J. J. M. van Tulder, *Secretaris;* Drs. A. R. van der Burg; Dr. E. F. Drion; J. H. Enters; Prof. G. Goudswaard; Prof. Dr. J. Hemelrijk; Ir. A. H. Schaafsma; Drs. B. G. Wiggers; Ir. F. G. Willemze.
Bij het in mei 1955 gehouden examen moesten helaas wederom een betrekkelijk groot aantal kandidaten wegens onvoldoende prestaties worden afgewezen. Het aantal niet-geslaagden was wel bijzonder groot voor het examen Industrieel Toepassingsgebied[1]); van de 33 kandidaten moesten er niet minder dan 25 worden afgewezen.
Opvallend is, dat geen gevallen voorkwamen waarbij de kandidaat voor het Industrieel Toepassingsgebied een voldoende resultaat behaalde, maar toch moest worden afgewezen, daar hij niet geslaagd was voor het Algemeen Gedeelte (volgens de bestaande regeling van het examenreglement).
Daarentegen is herhaaldelijk voorgekomen dat een kandidaat slaagde voor het Algemeen Gedeelte, maar zakte voor het Industrieel Toepassingsgebied. Hieruit blijkt wel, dat vele kandidaten zich onvoldoende voorbereid aangemeld hebben voor het tweede deel. Men moet zich n.l. realiseren, dat bij het tweede deel — meer nog dan bij het eerste — beroep gedaan wordt op praktische ervaring bij het toepassen van statistische methoden. Dat deze ervaring bij vele kandidaten grotendeels of zelfs volledig ontbreekt, blijkt duidelijk uit het examenwerk. De commissie voelt zich dan ook gedrongen erop te wijzen, dat het geenszins noodzakelijk is beide delen van het examen tezamen af te leggen. In vele gevallen zal het uiterst nuttig zijn eerst het Algemeen Examen af te leggen en pas na voldoende ervaring in het toepassen examen te doen voor het Industrieel Toepassingsgebied.
Hieronder volgen nu de examenopgaven voor het Industrieel Toepassingsgebied, niet zoals vorige jaren telkens gevolgd door een „model-oplossing", maar door de oplossing, die door de examencommissie als de beste werd beoordeeld. Daarna wordt dan door de commissie puntsgewijs corrigerend of aanvullend commentaar gegeven, waarna tenslotte een bespreking volgt van enkele der zwaarste of meest voorgekomen fouten.
Opgave 1, die des voormiddags aan de kandidaten werd voorgelegd, bezat een bijzonder karakter. Bij de aanvang werd n.l. *alleen 1a* (met bijlage) uitgedeeld met de mededeling, dat na inlevering van het antwoord op 1a het vervolg 1b aan de kandidaten zou worden uitgereikt; de aanbevolen tijd voor 1a was $1\frac{1}{4}$ à $1\frac{1}{2}$ uur, welke tijd door de meesten ook bleek te zijn aangehouden.

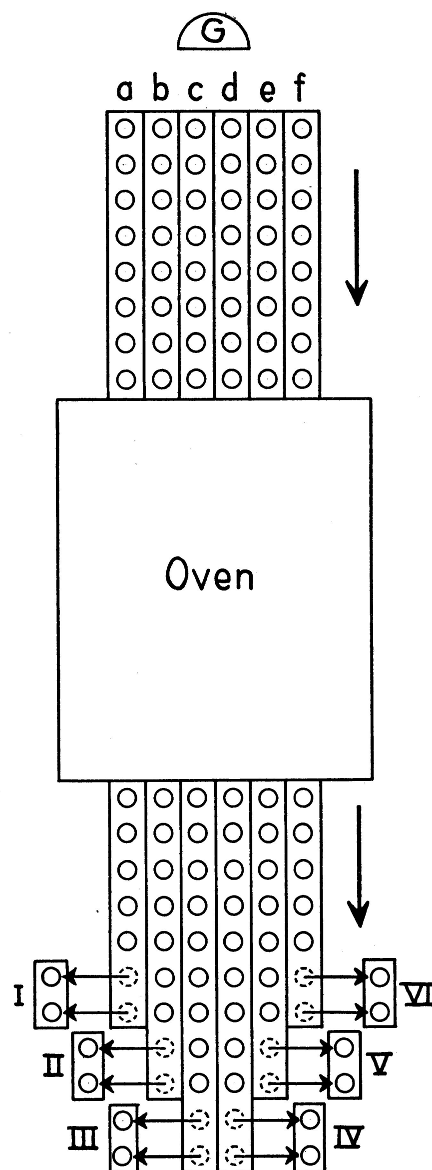
Vereniging voor Statistiek Examen Statistisch Analist

INDUSTRIEEL TOEPASSINGSGEBIED

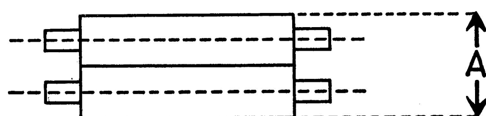
3 mei 1955, des voormiddags
Totale beschikbare tijd voor 1a en 1b: 3 uur
Boeken, tabellen en aantekeningen mogen worden geraadpleegd.

[1]) De examenresultaten voor het Algemeen Gedeelte worden opgenomen in Statistica Neerlandica, jaargang 10 (1956), no 2.

1a. Bij de fabricage van walsjes ondergaan deze een warmtebehandeling voordat montage (onder nog nader beschreven) plaats vindt. De warmtebehandeling geschiedt in een oven; het is bekend dat deze behandeling de diameter van de cylindervormige walsjes verandert. De in boven-aanzicht weergegeven situatie, getekend in fig. 1, licht de opstelling nader toe. Bij het begin van de zes banden (bij G) worden de walsjes, die op één slijpmachine de laatste bewerking ondergingen, door één man op de banden geplaatst.
De zes banden, in fig. 1: a t/m f genoemd, bewegen zich in pijlrichting met gelijke snelheid. Fig. 1 toont verder de oven, waar tijdens het passeren de warmtebehandeling plaats vindt en vervolgens nog de zes verschillende montage-plaatsen, I t/m VI; één voor iedere band.



Figuur 1



Figuur 2

Op montageplaats I worden twee opeenvolgende walsjes van band a samengebouwd tot een „walsenpaar", waarbij de ronde cylindervlakken tegen elkaar komen te liggen; vergelijk fig. 2. Op montageplaats II geschiedt hetzelfde met de walsjes van band b, enz.
Tussen de walsjes van een walsenpaar bestaat geen wezenlijk verschil; het is dus onverschillig welk van de twee onder of boven komt.
De in fig. 2 aangegeven afmeting A, de som van de beide walsdiameters dus, is een belangrijk kwaliteitskenmerk. Er worden dan ook door de afnemers voor deze afmeting twee grenzen gesteld:

n.l. A (minimaal) = 22,180 mm.
A (maximaal) = 22,300 mm.

Daar A in gemonteerde toestand moeilijk meetbaar is, heeft men besloten van uit de oven komende walsjes de diameter te meten, aangezien het immers mogelijk is door berekening uit te maken of aan de gestelde tolerantie voor A door de walsenparen zal worden voldaan.
Een aselect genomen steekproef van 200 walsjes levert de volgende frequentieverdeling van de diameters:

Tabel I. Frequentie-verdeling van de diameters van 200 walsjes

Klassemidden (in mm)	Frequentie
11,070	6
11,080	12
11,090	23
11,100	23
11,110	21
11,120	26
11,130	22
11,140	26
11,150	26
11,160	12
11,170	3

Beantwoord nu (in volgorde van nummering) onderstaande vragen:

1. Hoe zou U een steekproef van 200 walsjes aselect uit de produktiestroom nemen?
2. Teken van de 200 walsdiameters van tabel I een histogram; bereken gemiddelde en standaardafwijking.
3. Wat zou U naar aanleiding van het voorgaande kunnen concluderen?
4. Is het mogelijk te voorspellen welk percentage der walsenparen wat betreft maat A buiten de gestelde grenzen zal vallen?
   Geef een gemotiveerd antwoord.

Na inlevering van de antwoorden op opgave 1a ontvingen de kandidaten het vervolg 1b.

1b. Teneinde een nadere analyse mogelijk te maken, neemt men nogmaals een steekproef. Daartoe worden op toevallig gekozen tijdstippen 20 series van zes naast elkaar gelegen walsjes uit de produktiestroom genomen; de opgemeten walsdiameters zijn weergegeven in tabel II.

5. Laat zien, welke belangrijke conclusies uit het cijfermateriaal van tabel II kunnen worden getrokken. (Pas geen bewerkelijke methoden toe)
6. Geef vervolgens suggesties voor de maatregelen, die in dit geval genomen zouden kunnen worden.

Tabel II. Overzicht van de meetresultaten (in mm) van 120 walsdiameters (20 series van zes)

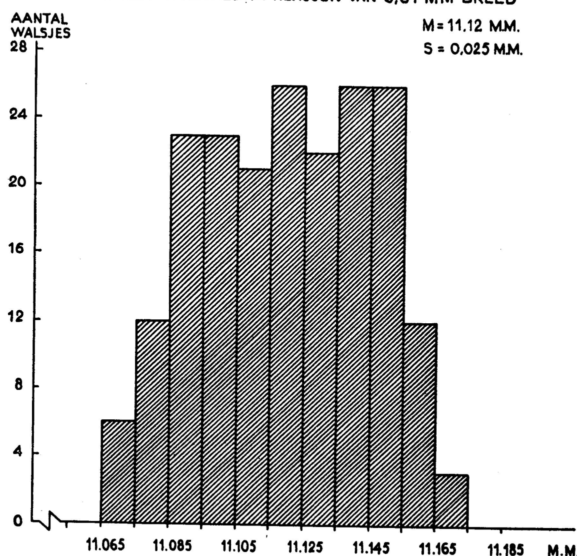
Serie Nr.	Band					
	a	b	c	d	e	f
1	11,080	11,128	11,163	11,156	11,110	11,082
2	11,077	11,108	11,145	11,146	11,127	11,115
3	11,087	11,112	11,133	11,164	11,124	11,101
4	11,076	11,107	11,155	11,149	11,111	11,090
5	11,085	11,121	11,151	11,151	11,123	11,094
6	11,113	11,117	11,140	11,144	11,107	11,091
7	11,079	11,126	11,184	11,133	11,128	11,085
8	11,094	11,120	11,157	11,139	11,116	11,092
9	11,085	11,124	11,138	11,150	11,119	11,088
10	11,100	11,120	11,158	11,156	11,100	11,112
11	11,093	11,108	11,145	11,144	11,104	11,090
12	11,096	11,126	11,149	11,151	11,102	11,095
13	11,112	11,124	11,141	11,169	11,110	11,094
14	11,078	11,111	11,134	11,152	11,117	11,097
15	11,100	11,137	11,177	11,178	11,105	11,093
16	11,102	11,123	11,148	11,157	11,131	11,095
17	11,116	11,128	11,154	11,172	11,132	11,072
18	11,094	11,123	11,141	11,174	11,111	11,086
19	11,098	11,113	11,146	11,153	11,111	11,080
20	11,097	11,110	11,179	11,167	11,128	11,094

Hieronder volgt nu eerst de tekst van de door de examencommissie als beste beoordeelde oplossing. Deze uitwerking kreeg een goed cijfer. Slechts op enkele punten zijn door de commissie duidelijkheidshalve enkele nietwezenlijke kleine tekstcorrecties aangebracht.

Oplossing

„1. Uit deze walsjes, waarvan men niet weet of het universum, van de diameters homogeen of heterogeen is, kan men een aselecte steekproef nemen, door met behulp van de toevalscijfers 1 t/m 6 steeds één exemplaar te nemen van de band, welke door het toeval wordt aangewezen. Men kan zo doorgaan totdat men 200 exemplaren bij elkaar heeft. Eventueel kan men de tijdsruimte tussen twee trekkingen ook nog als toevalseffect verdisconteren. Op deze wijze verkrijgt men een goede aselecte steekproef uit de *gehele* produktie. Men kan dan een totaal-indruk verkrijgen van het produktieverloop met betrekking tot de walsdiameters.

2. HISTOGRAM VAN WALSDIAMETERS BEPAALD AAN 200 EXEMPLAREN VERDEELD IN KLASSEN VAN 0,01 MM BREED



b_i	f_i	U_i	f_iU_i	$f_iU_i^2$
11.07	6	— 5	— 30	150
11.08	12	— 4	— 48	192
11.09	23	— 3	— 69	207
11.10	23	— 2	— 46	92
11.11	21	— 1	— 21	21
11.12 U.	26			
11.13	22	1	22	22
11.14	26	2	52	104
11.15	26	3	78	234
11.16	12	4	48	192
11.17	3	5	15	75
	200		215 — 214 = 1	1289

d = 1/200 = 0.005 in(klassebreedtes).
d = 0.005 × 0.01 = 0.00005.
M = gemiddelde = U + d = 11.12 + 0.00005 = 11.12005 m.m.

$$\mu_2' \text{ (t.o.v.U.)} = \frac{1289}{200} = 6.445 \text{ (in klassebreedtes)}$$

De continu variabele grootheid (diam. in m.m.) is als discontinu behandeld; de correctie van Sheppord is toe te passen:

$\mu_2' = 6.445 - 0.0833 = 6.3617$ (in klassebreedtes).
$S^2 = 0.01^2(6.3617 - 0.005^2) = 0.000636$ mm²
S = 0.025 m.m.

3. Beschouwt men het histogram, dan ziet het er naar uit, dat de verdeling van de 200 diameters van de asjes heterogeen is, zij bestaat uit meer dan één verdeling. Als men de cumulatieve frequenties op normaal waarschijnlijkheidspapier uitzet, kan blijken, welke afwijkingen van de normale verdeling aanwezig zijn, zo die er zijn.
Men kan zich afvragen hoe deze heterogeniteit is ontstaan, waarbij men het volgende kan concluderen.

a. De banden a, b, c, d, e en f hebben niet alle hetzelfde gemiddelde, (wellicht ook verschillende spreidingen), maar dit is minder waarschijnlijk wat de verdelingen van de walsdiameter betreft.

b. Het is mogelijk, dat de slijpmachine ontregeld is geraakt, waardoor de gem. walsdiameter niet constant kan worden gehouden of misschien niet constant wordt gehouden.

Samenvattend, kan dus gezegd worden dat: óf de slijpmachine werkt niet constant, òf er is een band-effect, dit is uit de gegevens niet op te maken.
a. Is het meest waarschijnlijk.

4. Het is hieruit zonder meer niet mogelijk om te voorspellen, welk percentage van de walsenparen buiten het tolerantiegebied zal vallen. Immers, hoe kan men iets hieromtrent voorspellen als blijkt, dat de produktie onbeheerst verloopt, wat in dit geval toch verondersteld moet worden, of dat er een bandeffect is, wat in dit geval waarschijnlijk is.

5—6. In bijgaande schetsmatige grafiek, zijn voor elke steekproef van 20 exemplaren, afkomstig van de banden a, b, c, d en f, de waarnemingsresultaten ingeturfd. Hieruit blijkt, dat elke band zijn eigen frequentieverdeling van walsdiameters heeft. Een steekproef uit de totale produktie, zoals in vraag 1a, zal dus zeer heterogeen zijn. De totale frequentieverdeling is een superpositie van 6 verdelingen, elk betrekking hebbende op één bepaalde band.

	A	B	C	D	E	F
11.200						
			/			
11.180			//	///		
			/	///		
11.160			~~////~~	~~////~~ ///		
			~~////~~ ///	////		
11.140		/	///	//	//	
		~~////~~ ~~////~~ /			~~////~~	
11.120	///	~~////~~			~~////~~ ///	//
	///	///			~~////~~	/
11.100	~~////~~ /					~~////~~ ////
	////					~~////~~
11.080	////					///
11.060						

In de eerste plaats is het belangrijk de standaarddeviatie te kennen van elke band afzonderlijk. Deze kunnen berekend worden uit elk der resultaten van de 20 steekproeven. Als men deze standaarddeviaties samenvoegt verkrijgt men een goede schatting van de standaarddeviatie waarmede gewerkt kan worden. Hiervoor is het noodzakelijk, dat de *gemiddelden van de diameters van elke band niet significant verschillen.*

Uit de turfstaatjes blijkt, dat de walsjes welke door de oven gevoerd werden via band c en d, dus het midden van de oven passeerden een veel kleinere krimp vertonen dan de walsjes welke aan de zijkanten door de oven passeren. Het is dan ook zeer waarschijnlijk, dat er een bandeffect optreedt als gevolg van een temperatuurverloop tussen de posities in de oven. Een technische voorziening is noodzakelijk, teneinde te bereiken dat de temperatuur in de oven gelijkmatig wordt.

Als men aanneemt, dat het mogelijk is om de temperatuur in de oven gelijkmatig te doen zijn, dan kan men gaan denken aan een fabricagecontrole, om de diameters constant te houden. Maar dan moet eerst het verloop tussen de banden in de oven gecorrigeerd worden.

Eén meervoudige (6 voudige) $\overline{X}$- en R-kaart, met aangepaste regelgrenzen, zou hier nuttig kunnen werken. Stel, dat het mogelijk is, de gem. walsdiameter, van de banden gelijk te houden, dan kan men uit de 20 gegeven steekproeven van a, b, c, d, e en f een schatting maken van de procesnauwkeurigheid.

Deze 20 exemplaren uit de steekproef, *kunnen echter ook nog een verloop met de tijd* opleveren; immers alle 20 exemplaren werden niet tegelijk genomen, maar elk exemplaar op een ander tijdstip. De exemplaren van de zes banden werden wèl tegelijk getrokken, dit geeft echter voor de beoordeling van de natuurlijke spreiding geen inzicht aangezien er verschil tussen de banden is.

Beter is het, om van elke band steeds 4 of 5 achtereenvolgens geproduceerde exemplaren te nemen en uit deze verzameling van 5 exemplaren, de gem. spreidingsbreedte $\overline{R}$ te berekenen; voor elke band kan de optredende standaarddeviatie dan geschat worden uit $\overline{R}/d_2$.

Op deze gegevens kunnen dan de regelgrenzen gebaseerd worden (mits het systematische oveneffect wordt geëlimineerd).

Heeft men reden om aan te nemen, dat er geen verloop is in de serie van 20 exemplaren dan kan een schatting van S ook verkregen worden uit deze reeksen. Eenvoudigheidshalve zullen we steeds uit twee opeenvolgende exemplaren de spreidingsbreedte bepalen. dit kan omdat de exemplaren aselect getrokken zijn.

	band:					
	a	b	c	d	e	f
1	3	20	18	10	17	33
2	11	5	22	15	13	11
3	28	4	11	7	16	3
4	15	6	27	6	12	7
5	15	4	20	6	19	24
6	3	18	4	7	2	5
7	34	13	7	27	7	3
8	2	14	29	21	26	2
9	22	5	13	2	21	14
10	1	3	33	14	17	14
	134	92	184	115	150	116

$\overline{R}_a = 13.4$ $\quad \overline{R}_d = 11.5$

$\overline{R}_b = 9.2$ $\quad \overline{R}_e = 15.0$

$\overline{R}_c = 18.4$ $\quad \overline{R}_f = 11.6$

Sa = 13.4/1.13 = 11.8 micr.
Sb = 9.2/1.13 = 8.3 micr.
Sc = 18.4/1.13 = 16.4 micr.
Sd = 11.5/1.13 = 10.2 micr.
Se = 15/1.13 = 13.3 micr.
Sf = 11.6/1.13 = 10.3 micr.

Uit deze schattingen van S. voor elke band kan de procesnauwkeurigheid bepaald worden, als aan alle reeds genoemde voorwaarden is voldaan, n.l.:
Geen wezenlijke verschillen in afgeleverde diameters tussen de banden. (Te beheersen, indien technisch mogelijk, met 6-voudige $\overline{X}$- en R-kaart, met aangepaste regelgrenzen). Proces moet beheerst zijn.
De produktie van de slijpmachine moet ook beheerst zijn. ($\overline{X}$- en R-kaart).
Afmeting A is een samenvoeging van twee diam. uit hetzelfde universum.

$M_A = 2$ m. $\quad$ m = gem. diam. universum enkele walsrollen

$S^2_A = 2\ S^2$ $\quad$ S = variantie van universum der enkele rollen.

$S_A = S\sqrt{2}$

Men kan aldus de tolerantiegrenzen vergelijken met de produktienauwkeurigheid.
Bij beheerst proces liggen vrijwel alle waarnemingen voor A tussen:

$$2\ m \mp 3\ S\ \sqrt{2}$$

Vallen deze grenzen binnen tol- grenzen dan is er geen uitval, andersom is er wel uitval".

Commentaar van de Examencommissie

ad 1

Aan het slot van 1 merkt de kandidaat op: „Op deze wijze verkrijgt men een goede aselecte steekproef uit de *gehele produktie*". Dit is wel iets te sterk uitgedrukt, omdat de steekproef tenslotte uit een beperkt gedeelte van de produktiestroom is genomen. Van de kandidaten werd verwacht, dat zij zich zouden realiseren wat nu eigenlijk de *populatie* was, waaruit de steekproef was genomen, bijv. een dagproduktie.

ad 2

De berekening is wel juist, hoewel de overzichtelijkheid van het rekenschema veel te wensen overlaat; de keuze van de symbolen is ongelukkig en geeft de berekening nodeloos een ingewikkeld aanzien. De correctie van Shephard doet wat perfectionistisch aan en dient trouwens volgens huidige opvattingen pas bij veel grotere aantallen waarnemingen toegepast te worden. Voorts zijn de uitkomsten onjuist afgerond, het gemiddelde bezit liefst 5 decimalen (en 7 cijfers) d.w.z. 2 decimalen teveel; de standaarddeviatie daarentegen slechts 3 decimalen (en 2 cijfers), d.w.z. 1 decimaal te weinig.

Van de kandidaten wordt verwacht, dat zij de afrondingsregels van V 1047 (of andere gelijkwaardige) weten toe te passen.
Omdat vele kandidaten met deze moeilijkheden bleken te worstelen en het toch van groot belang is, dat men in staat is dergelijke berekeningen snel en overzichtelijk uit te voeren, wordt hier een standaardoplossing gegeven:

Eenheid: mm n = 200

Klassemidden x	f	$y = \frac{x - 11{,}120}{0{,}01}$	fy	fy^2
11,070	6	— 5	— 30	150
11,080	12	— 4	— 48	192
11,090	23	— 3	— 69	207
11,100	23	— 2	— 46	92
11,110	21	— 1	— 21	21
● 11,120	26	0	0	0
11,130	22	1	22	22
11,140	26	2	52	104
11,150	26	3	78	234
11,160	12	4	48	192
11,170	3	5	15	75
Som	200		— 214 215 + 1	1289

(Werkeenheden)

$\overline{Y} = \frac{1}{200} = 0{,}005$

$s^2 = \frac{1289 - 1/200}{199} = 6{,}477$

$s = \sqrt{6{,}477} = 2{,}55$

(Oorspronkelijke eenheden)

$\overline{X} = 11{,}120 + 0{,}005 \times 0{,}01 = 11{,}120$

$s = 2{,}55 \times 0{,}01 = 0{,}0255$

Bij het histogram kan worden opgemerkt, dat verzuimd is bij de X-as het kenmerk walsdiameter te vermelden. Voorts zijn bij de klasse*grenzen* getalwaarden uitgezet: aangeven van klassemiddens verdient i.h.a. de voorkeur, immers daarmede wordt verder gerekend.

ad 3

Niet alleen de slijpmachine, doch ook de oven kan in de tijd systematisch variaties in de gemiddelde walsdiameter veroorzaken.
Verder moet worden opgemerkt, dat het proces als geheel goed gecentreerd ligt, nl. het gemiddelde van de steekproef 11,120 mm valt precies in het corresponderende midden van het tolerantie-interval; de spreiding evenwel is te groot voor de toleranties.

ad 4

Het antwoord is niet geheel duidelijk, nl. wat wordt precies bedoeld met „onbeheerst"? Meer in concreto had opgemerkt kunnen worden, dat de verdeling van A niet te voorspellen is, daar een paar samengebouwde walsjes (nl. twee opeenvolgende exemplaren van een band) niet aselect getrokken zijn uit de verdeling, zoals gegeven door de frequentieverdeling van Tabel I.
(Het volgende kan worden toegevoegd, maar was niet strikt vereist).
Slechts indien de samengebouwde walsen aselect worden genomen, kan het uitvalpercentage worden voorspeld. Volgens een bekende formule geldt dan nl.:

$$s_A = s_{diam.} \cdot \sqrt{2} = 0{,}0255 \sqrt{2} = 0{,}036 \text{ mm};$$

$$\overline{A} = 2 . 11{,}120 = 22{,}240 \text{ mm.}$$

De beide voorgeschreven tolerantiegrenzen voor A liggen op een afstand van

$$\frac{22{,}300 - 22{,}240}{0{,}036} = \frac{22{,}240 - 22{,}180}{0{,}036} = 1{,}67 \text{ maal de}$$

standaarddeviatie vanaf het gemiddelde 22,240 mm. Daar A ongeveer normaal verdeeld zal zijn, volgt m.b.v. de tabel van de normale verdeling een uitvalpercentage van $2 \times 4{,}8\,\% =$ ca. $10\,\%$.
In werkelijkheid zal wegens de niet-aselecte combinatie het uitvalpercentage veel groter zijn.

ad 5—6

Hoewel het antwoord op 5—6 (waarom zijn beide vragen niet apart beantwoord?) enkele goede gedachten en aanwijzingen bevat, valt toch een zekere onevenwichtigheid te constateren. Het antwoord bevat hier en daar niet ter zake doende uitweidingen, — het is a.h.w. nog niet „af" (misschien wegens tijdgebrek?).
Bijv. wordt in het begin opgemerkt: „In de eerste plaats is het belangrijk........ *van elke band niet significant verschillen"*.
Dit moge waar zijn, doch aangezien geconstateerd is dat de banden juist wèl verschillen, is de gehele geciteerde passage niet ter zake doende. Later wordt trouwens wederom dezelfde opmerking gemaakt, nl. na het noemen van de zesvoudige $\overline{X}$ — R-kaart. Het gaat er echter om dat men uit de gegevens van Tabel II conclusies trekt! De kandidaat had zichzelf de verwarring tussen heden (vraag 5) en de toekomst (vraag 6) kunnen besparen door de antwoorden inderdaad apart te geven, zoals gevraagd werd.
Tenslotte worden de standaarddeviaties per band berekend; verzuimd wordt echter aan te geven welke numerieke conclusies mogelijk zijn. Het laatste deel van het antwoord betekent wel een aanloop, maar ook niet meer. Misschien, dat wegens tijdgebrek de eigenlijke berekening is afgebroken. Enige aanvullende opmerkingen mogen daarom nog volgen.
Wat betreft *vraag 5:* ook met de tekentoets kan m.b.v. Tabel II gemakkelijk worden nagegaan hoe de banden onderling liggen. Nl. a significant lager dan b (afgekort $a < b$), evenzo $b < c$; $c = d$ (d.w.z. geen significant verschil); $d > e$; $e > f$; voorts blijkt, dat naast $c = d$ ook geldt $a = f$ en $b = e$.
Berekening van de bandgemiddelden bevestigt een en ander (uitkomsten in mm):

$\overline{X}_a = 11{,}093$; $\overline{X}_b = 11{,}119$; $\overline{X}_c = 11{,}152$;

$\overline{X}_f = 11{,}092$; $\overline{X}_e = 11{,}116$; $\overline{X}_d = 11{,}155$.

Dat een tijdeffect niet aanwezig is, kan op verschillende manieren worden aangetoond. Het eenvoudigst is nog wel om in Tabel II voor de verschillende banden de tekens van opeenvolgende diameters te bepalen. Het blijkt dan, dat een volkomen toevallig beeld ontstaat. Door nu de 6 standaarddeviaties per band (die niet significant verschillen) te middelen, ontstaat een schatting van de minimale processpreiding.
Uitgaande van de in deze oplossing berekende s-waarden vindt men s = ca. 0,012 mm. Vergelijking van de tolerantiegrenzen voor A en de berekende gemiddelde walsdiameter per band toont aan, dat van de banden a, f en c, d ongeveer de helft van de walsenparen zal uitvallen; b en d leveren geen uitval, zodat in totaal ca. 33 % van de walsenparen buiten de toleranties zullen vallen.
Wat tenslotte *vraag 6* betreft: de natuurlijke spreiding in A *na* eliminatie van de verschillen tussen banden

bedraagt $6\ s_A =$ ca. $6 \cdot 0{,}012\ \sqrt{2} =$ ca. 0,100 mm

tegen 0,120 mm toegestaan, zodat de toleranties dan gemakkelijk aangehouden kunnen worden.
Indien het systematische bandeffect niet geëlimineerd kan worden, bijv. wegens economische redenen, biedt aselecte montage geen uitkomst (uitval ca. 10 %, zoals is aangetoond in ad 4).
Een oplossing wordt dan wel geleverd door „gebalanceerde montage", d.w.z. combineer een walsje van band a met een walsje van band c, idem d met f; de walsjes van b en e kunnen willekeurig worden samengenomen. Het resultaat is dan praktisch gelijk aan dat, verkregen na eliminatie van het bandeffect.

Bespreking van enkele belangrijke fouten

Vraag 1

Deze in wezen eenvoudige vraag, werd door veel kandidaten onvoldoende beantwoord. Het bleek, dat bij de kandidaten onvoldoende ervaring aanwezig was in het gebruiken van tabellen met toevalscijfers voor het aselect nemen van een steekproef uit een bepaalde populatie. Bovendien beseften vele kandidaten niet, dat zij zich eerst moesten realiseren wat nu eigenlijk deze populatie was! De gegeven antwoorden waren soms onpraktisch. Een kandidaat nummert de minuten en trekt vervolgens 200 aselecte getallen uit een tabel om te bepalen op welk moment een walsje moet worden genomen. Soms getuigen de antwoorden van te weinig begrip voor technische mogelijkheden, zoals de kandidaat die voorschrijft dat de geproduceerde walsjes voor het nemen van de steekproef goed „dooreengeschud' moeten worden.
Dat het noodzakelijk is goed te lezen en vooral niet meer achter een vraag te zoeken dan nodig is, blijkt uit het feit, dat een der kandidaten bij de beantwoording van deze vraag een uitgewerkt voorstel deed om door middel van een proef te onderzoeken of systematische effecten tussen de banden of in de tijd aanwezig zijn. De opmerkingen die hij maakte waren op zichzelf juist, maar sloegen in het geheel niet op hetgeen gevraagd werd.

Vraag 2

Over het algemeen werd de berekening globaal juist uitgevoerd; vergelijk echter het hierboven ad 2 gegeven commentaar.
Een kandidaat maakte de fout om bij de berekening van het gemiddelde Σ f Y te delen door het aantal klassen in plaats van de totale frequentie. Dit getuigt wel van een volkomen gemis aan ervaring in dit soort berekeningen.
Vaak moesten aanmerkingen gemaakt worden op het tekenen van het eenvoudige histogram. Hierbij kwamen de gebruikelijke fouten voor:

- ontbrekende opschriften,
- niet aangeven van de op de x- en y-as uitgezette grootheden,
- het kiezen van onpraktische klassenindelingen etc.

De commissie moet er met nadruk op wijzen, dat van de kandidaten geëist wordt, dat zij in staat zijn dergelijke grafische voorstellingen op technisch juiste en esthetisch bevredigende wijze uit te voeren.

Vraag 3

Van de kandidaten wordt tevens verlangd, dat zij in staat zijn een dergelijk histogram visueel te beoordelen. Een kandidaat, die beweert, dat de gevonden frequentie-verdeling door een normale verdeling zeer goed kan worden benaderd, geeft blijk van onvoldoende ervaring op dit gebied. Vaak werden ook conclusies uit deze figuur getrokken, zoals: „duidelijk blijkt, dat de verdeling drietoppig is", die bij dit aantal waarnemingen niet toelaatbaar zijn. Ook dit wijst weer op gebrek aan routine bij de kandidaat.

Een kandidaat gaat zelfs zo ver te beweren, dat wegens de niet-normale vorm van de gevonden frequentieverdeling de steekproef wel niet representatief zal zijn!

Vraag 4

Bij de beantwoording van deze vraag werd veelal over het hoofd gezien, dat het aselect nemen van de exemplaren een voorwaarde is voor het kunnen berekenen van de eigenschappen der somverdeling uit die van de individuele exemplaren.
Dit gebeurde bij het beschreven produktieproces kennelijk niet, aangezien steeds 2 walsjes van één band tot een paar werden verenigd. Daar verder aanwijzingen bestaan voor heterogeniteit is het daarom op zijn minst dubieus of het mogelijk is de standaarddeviatie van de somverdeling te berekenen uit de gevonden standaarddeviatie van de enkele exemplaren. Wanneer de kandidaten dit tòch hebben gedaan, werden hierbij zeer veel fouten gemaakt. Alle voor de hand liggende fouten werden aangetroffen, zoals de standaarddeviatie van de som A is gelijk aan 2s, of gelijk aan $s:\sqrt{2}$ inplaats van $s\sqrt{2}$($s =$ standaardeviatie der walsdiameters).
Een kandidaat berekent de 2s-grenzen (waarom??) voor de walsdiameters, nl. $11{,}120 \pm 2 \times 0{,}025 = 11{,}170$ en 11,070 mm, vergelijkt dan zonder meer deze met 2 vermenigvuldigde waarden, dus 22,340 en 22,140 met de toleranties en trekt de conclusie: „spreiding lijkt voldoende gering (blijkt ook visueel uit de grafiek)", doch berekent enige alinea's verder, dat ca. 10 % van de walsenparen buiten de toleranties zal vallen!
Dergelijke fouten werden uiteraard ernstig aangerekend. Sommige kandidaten motiveerden de onmogelijkheid om het percentage buiten de toleranties vallende walsenparen te berekenen door de omstandigheid, dat de verdeling der walsdiameters niet normaal zou zijn. Van de kandidaten mag worden verlangd, dat zij weten dat (althans bij aselecte combinatie) een somverdeling zeer snel tot een normale verdeling nadert, en dat zelfs voor 2 exemplaren een afwijking in normaliteit der uitgangsverdeling zoals in het onderhavige geval geen bezwaar vormt om normaliteit van de somverdeling aan te nemen.
Een kandidaat heeft voor alle mogelijke combinaties van de klassen van de in Tabel I gegeven frequentie-verdeling onderzocht, of A buiten de toleranties zou vallen en zo ja, met welke kans. Niet alleen wordt hier dus verzuimd om na te gaan of aselecte combinatie plaats vindt, maar bovendien wordt juist nagelaten wat de taak van een statisticus is, nl. door toepassing van statistische methoden en wetten allerlei handtastelijk en meestal praktisch onmogelijk „uittellen" te vermijden. Tenslotte wordt door verschillende kandidaten gewerkt met een overschrijdingskans van $P = 4{,}551\%$ of nog erger $P = 2 \times (0{,}5\text{-}0{,}4999971)$ en dergelijke meer. Dat dit geen behoorlijke presentatie voorstelt spreekt wel vanzelf.

Vraag 5

Bij deze vraag was duidelijk aangegeven, dat uitvoerige berekeningen moesten worden vermeden. Desondanks hebben verschillende kandidaten gemeend op het gegeven cijfermateriaal een variantie-analyse te moeten toepassen. Dit heeft dan tot gevolg gehad, dat zij veelal in tijdnood geraakten, aangezien een dergelijke analyse niet in de beschikbare tijd kan worden uitgevoerd naast de andere in het tweede deel nog te beantwoorden opgaven. Ernstiger vindt de commissie de omstandigheid dat de kandidaten op dergelijk materiaal klakkeloos een variantie-analyse toepassen, omdat de getallen in een vorm staan, waarin ze voor variantie-analyse in publikaties vaak worden aangeboden, zonder zich eerst te vergewissen of uit het materiaal reeds conclusies kunnen worden getrokken op eenvoudiger wijze. Dit was hier inderdaad mogelijk. Ieder, die enige ervaring heeft met het beoordelen van dergelijk

cijfermateriaal kan zelfs zonder het toepassen van statistische toetsen reeds constateren, dat duidelijke verschillen bestaan tussen de gemiddelden van de banden.
Sommige kandidaten hebben het cijfermateriaal van Tabel II geanalyseerd met behulp van een $\overline{X}$—R controlekaart. Als groepen werden genomen de 20 series van 6 diameters van Tabel II. Via de gemiddelde spreidingsbreedte of range $\overline{R}$ werden dan controle- of regelgrenzen berekend. (Een kandidaat schrijft: betrouwbaarheidsgrenzen en beseft blijkbaar niet welk groot verschil er bestaat tussen beide begrippen. Weer een ander gaat nog een stapje verder en berekent dan ook (automatisch?) „2s-grenzen voor een betrouwbaarheid van 0,95"!).
Het blijkt dan, dat beide kaarten „onder controle" liggen, d.w.z. er vallen geen punten buiten de regelgrenzen.
Het is deze kandidaten blijkbaar niet opgevallen, dat zowel de X als R kaart een sterke zgn. „onderspreiding" bezit, d.w.z. dat de punten te dicht bij de centrale lijnen liggen. De verklaring is uiteraard, dat het systematische verschil tussen de banden in de spreidingsbreedte en daardoor ook in de regelgrenzen voor het gemiddelde terecht komt. Deze procedure is fout, de kaarten zijn waardeloos en geven verwarring.
Deze methode werd zelfs nog toegepast door kandidaten, die eerst hadden geconstateerd, dat er duidelijke verschillen tussen de banden bestonden. Dit getuigt van een wezenlijk gebrek aan inzicht in de procesbeheersing d.m.v. controlekaarten en werd door de commissie zwaar aangerekend.

Vraag 6

Bij het aangeven van maatregelen op technisch gebied bleek vaak onvoldoende bekendheid van de kandidaten met toepassingen van statistische methoden in de industrie. Uiteraard wordt van de kandidaten in zo'n geval geen uitgewerkt technisch voorstel verwacht. Dit is niet mogelijk met de beschikbare gegevens. Wel worden zodanige aanwijzingen verwacht, dat de (denkbeeldige) technische leiding van het bedrijf begrijpt op welke punten de aandacht zal moeten worden gericht. Voldoende is het dus, indien de kandidaat constateert, dat er diameterverschillen optreden, die samenhangen met de verdeling van de walsjes over de banden met de opmerking, dat dit wellicht veroorzaakt wordt door de temperatuurregeling van de oven. De kandidaat moet zich onthouden van het debiteren van technische nonsens, zowel bij het oplossen van examenopgaven, als bij het doen van voorstellen in de praktijk.
Verschillende van dergelijke voorstellen werden door de examencommissie afgekeurd, als daar zijn: het ombouwen van de oven, zodat de banden kruiselings lopen; het slechts gebruiken van de middelste twee banden; het aanschaffen van verschillende ovens, waarin slechts twee banden voorkomen, etc.
De mogelijkheid de walsjes zodanig samen te bouwen, dat de spreiding in de diameter van de som belangrijk wordt verminderd, werd door verschillende kandidaten niet onderkend, evenmin als de mogelijkheid tot aselect monteren van de walsjes.

Vereniging voor Statistiek Examen Statistisch Analist

INDUSTRIEEL TOEPASSINGSGEBIED

3 mei 1955, des namiddags
Totale beschikbare tijd voor 2: 2 uur
Boeken, tabellen en aantekeningen mogen niet worden geraadpleegd.

Opgave 2

I. In de Amerikaanse J.A.N. (Joined Army and Navy) Standard 5670 vindt men o.a. de volgende steekproeftabel.

Voorschrift 1,

Double Sampling Acceptance Table: AQL=0,75%				
Partijgrootte	1e steekproef	2e steekproef	Normaal	Gereduceerd
N	n	n_2	c_1 c_2	c_1 c_2
500— 799	50	100	0 1	0 1
800—1299	75	150	0 1	1 2
1300—3199	100	150	0 2	1 3
3200—7999	150	300	1 3	2 4

c_1: toegestaan aantal foutieve exemplaren in de eerste steekproef
c_2: toegestaan aantal foutieve exemplaren in de eerste en tweede steekproef samen

Toelichting:

Gereduceerde steekproefkeuring wordt toegepast als de kwaliteit der aangeboden partijen gewoonlijk zeer goed is. Zo geldt dat de gereduceerde steekproefkeuring mag worden toegepast, als het gemiddelde uitvalpercentage kleiner is dan 0,7%.
De A.Q.L. (Acceptable Quality Level) in het Nederlands ook wel „de risicogrens voor de producent" genoemd, is het uitvalpercentage waarbij de goedkeurkans van een partij 0,95 bedraagt.

Gevraagd wordt:

a. Keuringskarakteristieken te berekenen en te tekenen van de steekproefvoorschriften uit de 2e regel der bovengegeven tabel (N = 800—1299).

b. Een opstel te maken waarin kritiek gegeven wordt op deze tabel. In de beschouwingen moet eerst aandacht worden besteed aan de eisen waaraan dubbele steekproefsystemen moeten voldoen. Daarna dient te worden aangegeven in hoeverre dit J.A.N.-voorschrift bevredigend is opgebouwd.
Hierbij dient speciaal te worden gelet op de A.Q.L., de steekproefgrootte en de criteria (c_1 en c_2).

II. Verder wordt in dezelfde Standard een voorschrift gegeven voor het keuren van meetbare grootheden (variables). Hierbij is het gemiddelde of de mediaan van een voorgeschreven steekproef als keuringsgrootheid gekozen. Hieronder wordt een volledig voorschrift voor de stroomsterkte van weerstand P 78 vertaald weergegeven:

Voorschrift 2

Steekproefvoorschrift voor de controle op stroomsterkte van weerstand P 78

1e steekproef n_1	2e steekproef n_2	ondergrens voor Me of $\overline{x}$	bovengrens voor Me of $\overline{x}$
20	30	357mA	363mA

Voor het gebruik wordt in de „Standard" de volgende aanwijzing verstrekt.

Voorschrift 3

> *Gebruik van afkeurgrenzen*
>
> Indien de mediaan (of het gemiddelde van een steekproef van n_1 stuks valt op of boven de ondergrens en/of op of onder de bovengrens, moet de partij worden goedgekeurd. Indien de mediaan (of het gemiddelde) valt beneden de ondergrens of boven de bovengrens moet een 2e steekproef van n_2 exemplaren worden genomen. Indien de mediaan (of het gemiddelde) van de $n_1 + n_2$ waarnemingen op of binnen de voorgeschreven grenzen ligt, moet de partij worden goedgekeurd .

Gevraagd wordt:

Kritiek op dit voorschrift te geven: aan de in het voorschrift 2 gegeven grenswaarden (357 en 363) behoeft uiteraard geen aandacht te worden besteed.
Rekenwerk wordt niet verwacht.

Hieronder volgt het vrijwel ongewijzigde antwoord van een van de kandidaten; voor dit werk werd het cijfer 7½ toegekend.

„*Ia Normaal*

$N_1 = 75,\ c_1 = 0 \qquad N_2 = 150,\ c_2 = 1.$

Een partij wordt goedgekeurd als men vindt:

a) in de eerste steekproef 0 fouten
b) of in eerste steekproef juist 1 fout en in de tweede steekproef 0.

De kans op a) noemen we P_1. De kans op b) bestaat uit twee gebeurtenissen welke achter elkaar plaats moeten vinden (P_2 x P_3).

Dus de goedkeurkans $P_g = P_1 + (P_2 \text{ x } P_3)$.
Deze goedkeurkans P_g wordt nu, als p_i de uitval in fracties voorstelt, volgens Poisson:

$$P_g = e^{-75p_i} + (75\ p_i \times e^{-75p_i} \times e^{-150p_i})$$

Deze kansen volgen uit het nomogram van de cumulatieve Poissonverdeling.

p_i	P_g
0.002	0.98
0.004	0.84
0.010	0.54
0.015	0.35
0.020	0.23
0.030	0.10

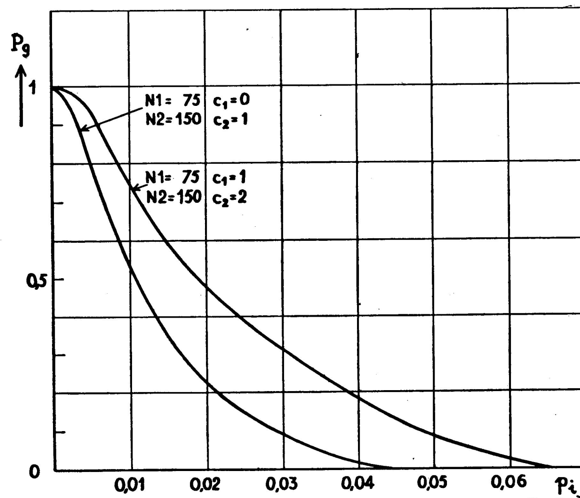
Met deze cijfers kan de keuringskarakteristiek geschetst worden (zie de figuur).

Voor het gereduceerde systeem vinden we overeenkomstig.

p_i	P_g
0.002	0.995
0.004	0.97
0.010	0.85
0.020	0.63
0.040	0.21
0.060	0.08

Met deze gegevens kan de karakteristiek voor het gereduceerde systeem geschetst worden (zie figuur).

KEURINGSKARAKTERISTIEKEN



Uit de karakteristieken blijkt, dat betrekkelijk goede partijen (met bijv. 1% uitval) een vrij grote afkeurkans hebben.
Het voorschrift uit de tabel is gebaseerd op een AQL van 0,75%, doch uit de karakteristieken blijkt, dat deze AQL kleiner is dan 0,75%
Wij zien namelijk dat partijen met 0,75% uitval 35% resp. 15% van de gevallen worden afgekeurd. Het systeem beantwoordt dus niet aan het gestelde doel. Bovendien zijn steekproeven vrij groot t.o.v. de partijgroottes.

Ib

Een dubbel steekproefsysteem moet efficiënt zijn, d.w.z. men moet geen dubbel systeem invoeren als een enkelvoudig systeem praktisch dezelfde karakteristiek geeft. Bij een efficiënt dubbel systeem moet

$$\frac{c_1}{c_2} < \frac{n_1}{n_1 + n_2}$$

Dit nu is niet het geval bij deze J.A.N. tabellen.
Een vaste verhouding tussen de eerste en tweede steekproefgrootte ontbreekt, waardoor de tabellen moeilijk te onthouden zijn. Hetzelfde geldt voor de criteria c_1 en c_2
Bij het onderhavige geval, zal de karakteristiek van het enkelvoudige voorschrift $n = 75$, $c = 1$ niet zoveel verschillen van het gegeven dubbele voorschrift.
II. De meridiaan van de beide samengevoegde steekproeven, vereist geheel andere afkeurgrenzen. Immers bepaalde afkeurgrenzen voor $\bar{x}$ of me. zijn berekend uit n_1 exemplaren.

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma : \sqrt{n} \text{ en } \sigma_{me} = 1{,}25\ \sigma : \sqrt{n} \text{ en niet uit}$$

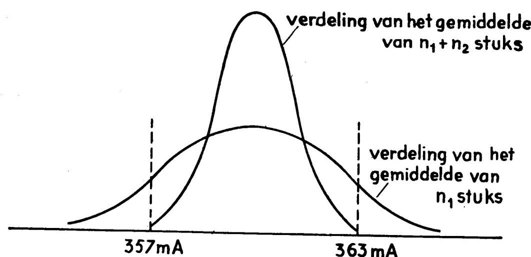
$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma : \sqrt{n_1 + n_2} \text{ en } \sigma_{me} = 1{,}25\sigma : \sqrt{n_1 + n_2}$$

Voor de $\bar{x}$ of me berekend uit $n_1 + n_2$ exemplaren moeten de keuringsgrenzen dus nauwer zijn om aan de eis voor de enkele waarnemingen te voldoen.
Het nemen van de tweede steekproef heeft dan ook tot gevolg dat ongemotiveerde goedkeuringen plaatsvinden als men de oorspronkelijke grenzen aanhoudt.
Zijn de afkeurgrenzen reeds gebaseerd op $n_1 + n_2$ te keuren exemplaren dan zullen reeds na de eerste steekproef ongemotiveerde afkeuringen plaats hebben.

Aan het voorschrift ontbreekt dus, dat voor de eerste steekproef andere grenzen moeten worden gesteld dan voor de dubbele steekproef $n_1 + n_2$.
Overigens heeft het dubbele systeem hier weinig zin."

Commentaar van de Examencommissie

Bij de beantwoording van hetgeen onder II wordt gevraagd stelt de kandidaat niet duidelijk genoeg dat de mediaan en het gemiddelde niet gelijkwaardig zijn. Om eenzelfde keuringseffect te bereiken zal men bij een keuring met behulp van de mediaan meer (bij normaal verdeelde grootheden 1,5 maal zoveel) exemplaren moeten controleren dan bij een keuring met behulp van het gemiddelde.
Inderdaad is het zoals de kandidaat stelt zinloos een dubbel steekproefsysteem als hier gegeven vast te leggen, als na de eerste steekproef kan worden afgekeurd. Dit is volgens voorschrift 3 echter niet het geval.
Een dubbel systeem is dan alleen zinloos als de gegeven grenzen zijn gebaseerd op de grootte van de eerste steekproef aangezien het gemiddelde van $n_1 + n_2$ altijd minder spreidt dan het gemiddelde van n_1 exemplaren. Is echter het voorschrift gebaseerd op het gemiddelde van $n_1 + n_2$ stuks en wordt na de eerste steekproef niet afgekeurd, dan kan een dergelijk voorschrift logisch zijn. Na de tweede steekproef kan dan immers goedkeuring volgen, als dit na de eerste niet is gebeurd. Eén en ander is in de figuur nader toegelicht.



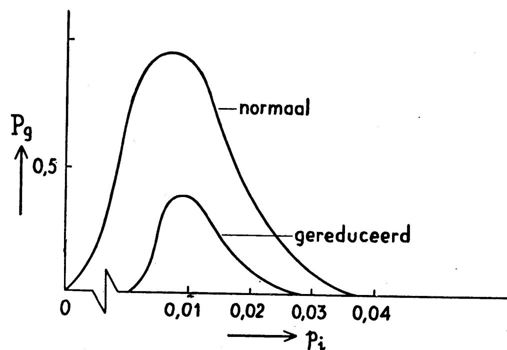
Hierin is van een „gecentreerde" partij de kansverdeling van het gemiddelde van n_1 stuks, resp. $n_1 + n_2$ stuks weergegeven. Het blijkt dat het gemiddelde van n_1 stuks zeer goed buiten de grenzen kan vallen, maar dan zal na de tweede steekproef toch goedkeuring volgen. Deze gedachtengang wordt bij elk steekproefsysteem gevolgd en kan ook hier niet zonder meer worden afgewezen. Voor niet „gecentreerde" partijen gelden overeenkomstige overwegingen.

Enige grepen uit het werk van andere kandidaten

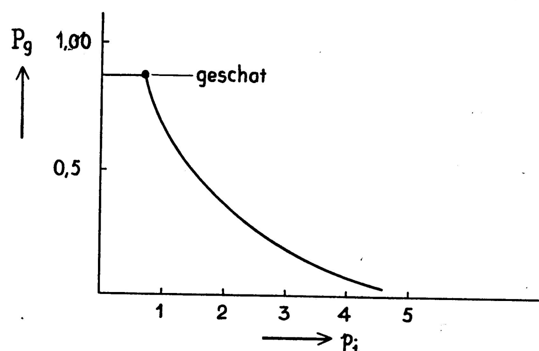
a. Enige kandidaten blijken niet te beseffen dat de kans op twee uitersten na elkaar bijzonder klein is. Gewoonlijk behoort men de kansen daarop te vermenigvuldigen. Niet aldus bijvoorbeeld de volgende kandidaat, die onduidelijk geformuleerd en in slecht Nederlands in zijn commentaar op deel II schrijft:
„Hele slechte partijen zowel naar boven als naar onderen, krijgen altijd nog een tweede kans. En juist door deze tweede kans, die ze krijgen, kunnen slechts partijen goedgekeurd worden, als de tweede steekproef ook heel slecht is, maar dan aan de andere kant. De eerste steekproef kan bijv. een te laag gemiddelde geven; de tweede steekproef een te hoog; beide samen zijn ze juist goed."

b. Een der kandidaten geeft de nevenstaande door hem „berekende" keuringskarakteristieken, met o.a. een merkwaardige schaalindeling. Commentaar hierop is overbodig.

c. „De moeilijkheid bij het construeren van de keuringskarakteristiek doet zich natuurlijk voor bij het punt $p_i = 0{,}7\,\%$. Hier moeten de twee gedeelten van de karakteristiek in elkaar overgaan.... Het voorschrift zal echter wel zodanig zijn dat beide gedeelten vloeiend in elkaar overgaan."



Voor zover de Examencommissie weet resulteren de bekende keuringssystemen *altijd* in vloeiende lijnen. Overigens zijn er nog andere kandidaten die dit niet weten, getuige onderstaande keuringskarakteristiek. Vooral het daarbij vermelde „geschat" duidt niet bepaald op veel inzicht.



d. Verschillende kandidaten blijken het steekproefvoorschrift 1 niet goed te hebben gelezen. Dit wijst duidelijk op een gebrek aan ervaring van de betreffende kandidaten. Hieronder laten we één der kandidaten aan het woord:

„Een grote fout is echter dat geen goedkeurschema voor de eerste steekproef is gemaakt. We moeten namelijk altijd twee steekproeven doen en kunnen niet bij de eerste steekproef al de partij goed bestempelen."

e. „De bepaling van de mediaan in steekproeven van 20 of 30 stuks is moeilijk. Liever had ik gewoon de middelste waarneming uit de steekproef genomen. Bepaling van $\overline{X}$ vergt ook veel tijd; misschien was het beter om de range te bepalen."
Het woord „misschien" in de laatste zin is niet geheel duidelijk! Tenslotte zijn er nog meer — niet ter zake doende — parameters te noemen.

f. De Examencommissie verwacht dat een adspirant statistisch analist zich in duidelijk en correct Nederlands uitdrukt. Men zie in dit verband ook het laatste punt (h) der exameneisen.

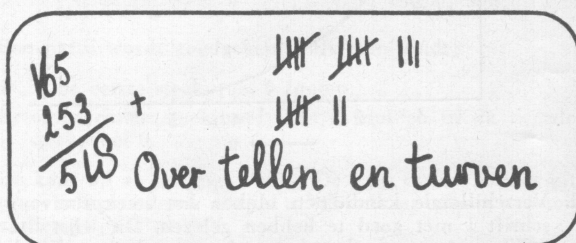
Tot onze spijt is in het vorige nummer een zeer storende fout gemaakt ten aanzien van de titulatuur van de auteur van het artikel „Ponskaartenmachines ten behoeve van statistische bewerkingen". Wij bieden de heer R. W. Starreveld en onze lezers daarvoor onze verontschuldigingen aan.
Ten rechte is de Heer R. W. Starreveld, firmant van de Maatschap Klynveld, Kraayenhof & Co., Accountants, ook lector in de Administratieve Organisatie aan de Universiteit te Amsterdam.

A. BAKKER, *medewerker van de Statistische Afdelin*

Hulpmiddelen bij het maken va

1. Inleiding

Indien een grote serie — bijv. 50 of meer — waarnemingen wordt verricht, onstaat veelal een onoverzichtelijke reeks van uitkomsten. Worden deze waarnemingsresultaten in de vorm van een frequentietabel of een histogram gepresenteerd, dan verkrijgt men weer een overzichtelijk geheel. Uit de frequentietabel, resp. het histogram, kan men zich nl. gemakkelijk een indruk vormen omtrent het gemiddelde, de spreiding en de vorm van de frequentieverdeling, welke aan de onderzochte grootheid ten grondslag ligt. Daarbij moet echter wel bedacht worden, dat de *volgorde* van de waarnemingsuitkomsten — welke soms van



essentieel belang is — wordt opgeofferd. Er moet dus uitdrukkelijk worden verondersteld, dat het zinvol is een frequentieverdeling te vervaardigen, hetgeen in de praktijk nogal eens wordt nagelaten.
Het maken van een frequentietabel, resp. histogram, is vooral bij grote aantallen meetresultaten bij routine-onderzoek tijdrovend, zodat het de moeite waard kan zijn van doelmatige hulpmiddelen gebruik te maken.
In dit artikel zullen een drietal apparaten worden besproken welke in het centrale textiel-laboratorium van de AKU worden gebruikt.

2. Turfapparaat

Het „turfapparaat" (zie fig. 1) wordt gebruikt bij het opstellen van de frequentieverdeling van de stapellengte van vezels, waarbij de lengte van individuele vezels wordt gemeten op hier niet nader te beschrijven wijze.
Om een indruk te verkrijgen van de frequentieverdeling van de vezellengte, bijv. van een partij of een produktie-eenheid vezels, wordt op aselecte (toevallige) wijze een steekproef genomen van ongeveer 300 vezels.

Het turfapparaat wordt nu gebruikt om, zoals de naam reeds zegt, de gevonden vezellengte in te turven. Daartoe is het apparaat voorzien van een papierstrook met een klasse-indeling; deze papierstrook kan uit het apparaat worden geschoven en worden vervangen door een andere strook. Voor elke nominale vezellengte is n.l. een bepaalde klasse-indeling vastgesteld en op een aparte papierstrook uitgezet [1]).
Bij elke klasse behoort een schaal met een wijzer en een drukknop (zie fig. 1), waarmee de wijzer langs de schaal kan worden verschoven en wel zodanig, dat bij elke druk op de knop de wijzer één schaaldeel opschuift.
Is nu vastgesteld tot welke klasse een bepaalde vezel behoort, dan behoeft slechts de knop van

[1]) Aangezien de spreiding bij de verschillende nominale vezellengten onder normale omstandigheden weinig verschilt kan deze klasse-indeling per nominale vezellengte altijd dezelfde zijn. Deze klasse-indelingen zijn voor rayon- en nylonvezel internationaal vastgelegd.

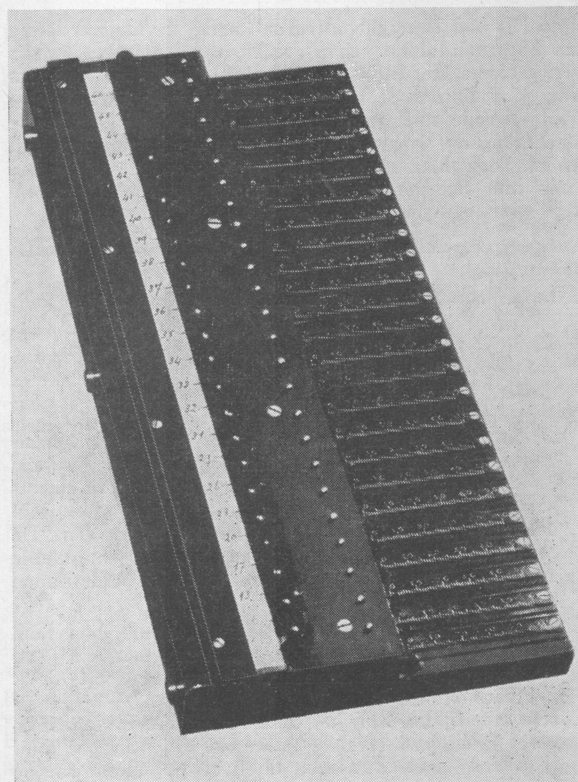


Fig. 1. Het turfapparaat waarmee de frequentieverdeling van de stapellengte van vezels wordt bepaald.

frequentieverdelingen

de betreffende klasse ingedrukt te worden, de wijzer verschuift een schaaleenheid en de uitkomst van de betreffende vezellengte is vastgelegd.
Zijn alle resultaten „ingeturfd" dan geeft elke wijzer de absolute frequentie in de betreffende klasse aan en vormen alle wijzerstanden tezamen de frequentieverdeling. Na het overnemen van alle frequenties op een daarvoor ingericht formulier kan het apparaat op eenvoudige wijze worden „schoon"gemaakt door alle wijzers terug te schuiven naar de nulstand.
In fig. 2 is een gedeelte weergegeven van het formulier, met de frequentieverdeling overgenomen van het turfapparaat.
Naast dit turfapparaat bestaan er nog andere, soortgelijke apparaten, die weliswaar telkens iets anders zijn uitgevoerd, doch voor hetzelfde doel kunnen worden gebruikt. Genoemd wordt bijv. de Ferrari-Statitest, welke voorzien is van negen klassen [2]).

3. Dynamometer

De automatische dynamometer van Zellweger (fig. 3) bepaalt na ingesteld te zijn automatisch de treksterkte (en tegelijkertijd de rek) van aaneensluitende stukken garen.
Het vereiste aantal bepalingen wordt vooraf ingesteld. Iedere individuele uitkomst van een sterktebepaling wordt op een papierstrook aangetekend door middel van een verticale lijn; een langere lijn correspondeert met een hogere sterkte. De volgorde van de resultaten blijft hier dus bewaard. Behalve op deze strook worden de sterkte-uitkomsten tevens automatisch in een histogram weergegeven. Daartoe is de dynamometer voorzien van een paneel met 100 verticale kanalen (fig. 3 benedengedeelte apparaat), waarin kogeltjes kunnen vallen. Door een elektrische schakeling wordt er voor gezorgd dat het kogeltje in het kanaal valt, corresponderende met het betreffende meetresultaat. Het aantal kogeltjes in een bepaald kanaal geeft dus de absolute frequentie in de klasse aan.
In fig. 3 is duidelijk een op deze wijze verkregen histogram te zien. Hierbij moet worden opgemerkt dat de sterkte naar links toeneemt. Onder de kanalen zijn getallen vermeld, welke ver-

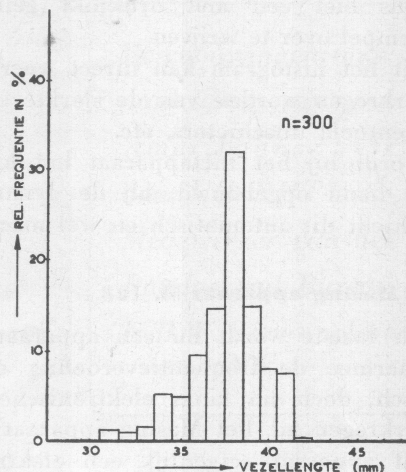


Fig. 2. Histogram van 300 vezellengten.

menigvuldigd met 10, de sterkte aangeven in procenten van een ingestelde belasting. Aangezien deze belasting kan worden gevarieerd, is het mogelijk garens van zeer uiteenlopende sterkte te onderzoeken.
Het histogram gevormd door de kogeltjes kan op een zeer eenvoudige wijze op een formulier worden overgenomen, nl. door dit formulier tegen de kogeltjes aan te drukken en er vervol-

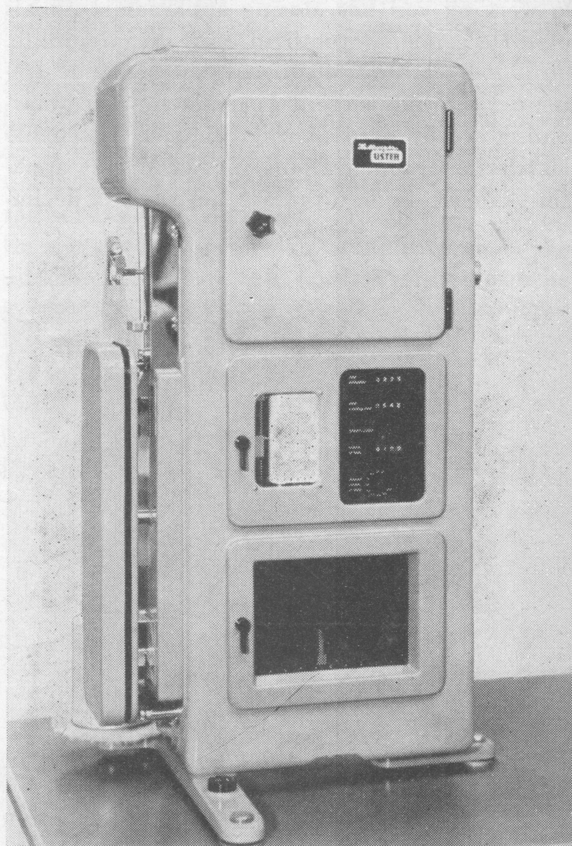


Fig. 3. De dynamometer, waarmee de treksterkte van garen wordt bepaald.

[2]) Zie bijv. Sigma 1956, no 2, pag. 32

gens met een met drukinkt geïmpregneerde stempel over te wrijven.
Uit het histogram kan direct weer een indruk verkregen worden van de sterkteverdeling, van eventuele uitschieters, etc.
Wordt bij het turfapparaat het histogram uit de hand opgebouwd, bij de dynamometer geschiedt dit automatisch en wel mechanisch.

4. Masing apparaat M. 128

Als laatste wordt nu een apparaat beschreven waarmee de frequentieverdeling ook automatisch, doch nu langs elektronische weg wordt verkregen, nl. het Masing apparaat M. 128.
Dit apparaat (eigenlijk een elektronisch turfapparaat) kan worden gekoppeld aan een garenongelijkmatigheidsmeter (bijv. een Zellweger), doch is ook bruikbaar voor andere doeleinden, onder voorwaarde echter, dat de gemeten grootheid kan worden omgezet in een wisselende elektrische spanning. Het apparaat (fig. 4) bevat o.a. elf tellers voor de klassefrequenties en voorts nog een twaalfde teller voor het totaal aantal waarnemingen. De klassebreedte is instelbaar, zodat de elf klassen het gehele variatiegebied van de verdeling kunnen bestrijken; uiteraard is dit alleen mogelijk, indien reeds van tevoren enige informatie over de te maken verdeling bestaat.
De werking van het Masing apparaat is nu als volgt. De gemeten grootheid, bijv. de garendikte, wordt niet continu, doch met een bepaalde frequentie per tijdseenheid opgemeten. Elke waarneming wordt in de vorm van een wisselende elektrische stroom (impuls) in het Masing apparaat gevoerd. Is de uitkomst laag, dan is de impuls zwak en verspringt alleen de teller van de eerste klasse. Is de uitkomst iets hoger, dan is ook de impuls iets sterker en verspringt niet slechts de teller van de tweede klasse, doch ook die van de eerste klasse, etc.
Naarmate de uitkomst hoger is, zullen er dus meer tellers verspringen, nl. de eerste, de tweede, enz., tot en met de teller van de klasse waartoe de betreffende uitkomst behoort. Op deze wijze wordt dus niet een „gewone" frequentieverdeling opgebouwd, doch een z.g. *cumulatieve* verdeling.
Na een bepaald aantal waarnemingen, d.w.z. impulsen, bijv. 200, stopt het apparaat en kunnen de tellerstanden worden afgelezen. [3])



Fig. 4. Met het Masing apparaat verkrijgt men langs elektronische weg een cumulatieve frequentieverdeling.

5. Besluit

Bovenstaand overzicht is verre van volledig en betreft slechts enige hulpmiddelen voor het opbouwen en weergeven van frequentieverdelingen in een textiellaboratorium.
In de hierboven beschreven gevallen wordt het gebruik van genoemde apparatuur gerechtvaardigd door de voordelen van automatisering en de te bereiken tijdwinst. Daarom lijkt het waarschijnlijk dat deze of soortgelijke apparaten ook elders voor analoge doeleinden zeer goed kunnen worden gebruikt.

[3]) Indien verwacht mag worden, dat de verdeling van de gemeten grootheid normaal is, worden de tellerstanden veelal verwerkt met de z.g. Statifix. In de rubriek „Hulpmiddelen bij het werk" hopen wij binnenkort de Statifix nader te bespreken.

De heer M. L. Wyvekate, die momenteel een studiereis door de U.S.A. en Canada maakt, verraste de redactie met een korte reisbrief waarin hij zijn statistische belevenissen beschrijft. Helaas ontbreekt in dit nummer de ruimte voor het plaatsen van deze „Statistica Americana".

De ontwikkeling van de kwaliteitszorg

I. Organisatie; Opleiding; de „Pareto-analyse”.

Beschouwingen naar aanleiding van een Amerikaanse reis door J.H. ENTERS Medewerker van het Raadgevend Bureau Ir.B.W.Berenschot .N.V.

Kunnen wij van de Amerikanen wat leren?

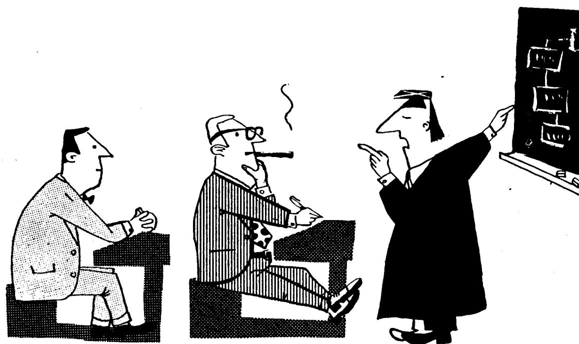
Het is duidelijk dat deze vraag, gesteld vanuit een Europees gevoel van intellectuele superioriteit, hier alleen als opschrift wordt gesteld, omdat hij bevestigend moet worden beantwoord. Op het punt van bedrijfsorganisatie in het algemeen en industriële kwaliteitszorg in het bijzonder hebben zij hun voorsprong nog niet verloren. Wat de kwaliteitszorg betreft: zover mij bekend is de eerste publikatie, die de statistische gedachtengang op dit terrein introduceerde, het in Amerika verschenen boek van Shewhart (1). Nadien zijn verschillende publikaties verschenen (2), (3),

Op 29 april 1956 hield de heer Enters een lezing voor de Bedrijfssectie van de Vereniging voor Statistiek over dit onderwerp. Wij publiceren in een aantal artikelen een bewerking van deze lezing.

(4) om er slechts enkele te noemen. In het bekende boek van Juran (3) werd een eerste poging gedaan voor een aantal industrietakken een beschrijving van de daar toegepaste methoden te geven. Dit boek was nog slechts een schuchtere stap in die richting — een stap overigens die door een tweede zal worden gevolgd, want van het boek is een nieuwe, zeer veranderde en uitgebreide druk in bewerking — maar het was een eerste duidelijk teken van een besef, dat ook in U.S.A. nog niet zo lang geleden begon door te breken, namelijk dat „Statistische Kwaliteitsbeheersing” niet uitsluitend als statistische discipline kan worden beoefend, maar dat voor een succesvol kwaliteitsbeleid meer nodig is.
Want weliswaar is het door een „statistische bril” kijken naar een fabricageproces essentieel voor de tegenwoordige aanpak, maar in wiskundig jargon: statistiek is wel een nodige, maar niet een voldoende voorwaarde voor een goed resultaat.
Het niet onderkennen van de technische en organisatorische moeilijkheden, verbonden aan de invoering van een kwaliteitsbeheersingsprogramma in een fabriek, is waarschijnlijk een van de oorzaken van enkele mislukkingen op dit gebied.

Centrale controle of staforgaan?

Willemze (5) brak op de Dag voor Industriële Statistiek 1956 een lans voor de kwaliteitsfunctionaris als stafman, zonder dirigerende bevoegdheid in het bedrijf dus.
Hij ziet de controle als een hulpmiddel van de bedrijfsleiding eerder dan als een controlemiddel op de bedrijfsleiding en hiermee maakt hij zich tot spreekbuis van hen die zich verzetten tegen het ontnemen van nog meer bevoegdheden aan de directe fabricageleiding. Doch zoals de redactie onder zijn artikel reeds opmerkte: niet ieder zal het hiermee eens zijn.
Er zijn er die menen dat het fabriceren en het uitoefenen van controle op de kwaliteit van het gefabriceerde niet in één hand kan worden gelegd, evenmin als men een boekhouder kan belasten met de controle op de juistheid van zijn boekingen, doch deze taak aan de van hem onafhankelijke accountant opdraagt.
De vraag waar het in de praktijk om gaat is op



Van de Amerikanen wat leren....?

welk niveau van de bedrijfshiërarchie de verantwoordelijkheid voor fabricage en voor de op deze fabricage uitgeoefende kwaliteitscontrole tezamen komen. Men kan beredeneren dat dit af zal moeten hangen van de aard van het gefabriceerde produkt.
Degene in wiens hand de verantwoordelijkheid voor kwaliteit en kwantiteit tezamen komen zal vaak geconfronteerd worden met conflictsituaties waarin concessies aan de kwantiteit moeten worden gedaan ten gunste van de kwaliteit of andersom.
Deze functionaris zal dus voldoende hoog geplaatst moeten zijn om de consequenties van dergelijke beslissingen voldoende ver te kunnen overzien. Bij een ingewikkeld produkt, bijvoorbeeld straalmotoren, zal dit een hooggeplaatste figuur moeten zijn.
Bij een eenvoudig produkt, bijvoorbeeld scheermesjes, kunnen de consequenties op lager niveau worden overzien.
Hoewel deze redenering aantrekkelijk is, blijkt het toch dat de praktijk in vele Amerikaanse en ook Nederlandse bedrijven in tegenspraak is met de hier genoemde principes en dat toch in deze bedrijven gedurende een lange reeks van jaren een programma voor kwaliteitszorg met goede resultaten functioneert.
Wanneer men zich nader verdiept in deze tegenstrijdigheid, dan blijkt dat er in de bedrijven waar een „hoog contactpunt" gekozen is een zeer nauwe en vruchtbare informele samenwerking bestaat op de lagere niveau's, tussen fabricage en controlefunctionarissen. Het is ongetwijfeld dit samenspel, dat dan de zo gevreesde bureaucratie, waarmee een dergelijke „omwegorganisatie" erfelijk is belast, in toom houdt.
Men krijgt dan ook wel de overtuiging dat het weinig zin heeft zeer dogmatisch te zijn over de organisatievorm. De te kiezen organisatievorm zal aan de traditie en de persoonlijkheden in het bedrijf kunnen worden aangepast. Een wijsheid overigens, die reeds lang door wijze organisatoren wordt betracht.

Wat moeten we aan de opleiding doen?

Wanneer men in een Amerikaanse fabriek, die gedurende jaren een kwaliteitsbeheersingsprogramma met goede gevolgen hanteert, naar een afdelingsbaas toeloopt en hem vraagt „wat moet dat nou met die kaarten en papieren" (wijzend op de opgehangen „controlcharts"), dan krijgt men *niet* te horen: „ja, dat is iets van Mr X, het heeft wat met de controle te maken", maar dan krijgt men een goed, ter zake kundig en meestal enthousiast antwoord. Uit alles blijkt dat deze mensen zich de gedachtengang van de statistische kwaliteitszorg eigen gemaakt hebben en dat zij de ter beschikking komende gegevens inderdaad gebruiken als leidraad bij hun werk.
Dit inzicht en enthousiasme is uiteraard niet uit de lucht komen vallen en is de Amerikanen ook niet „aangeboren". Deze bedrijven besteden veel tijd, zorg en geld aan de opleiding van al het leidinggevend personeel. Er worden behoorlijke cursussen gegeven, waar de gedachtengang (de „philosophy" heet het in U.S.A.) wordt overgedragen. Dit gaat soms met behulp van gestandaardiseerde cursussen, soms met behulp van bijeenkomsten waar men de deelnemers vraagt het moeilijkste probleem op kwaliteitsgebied in hun afdeling voor te dragen; waarna men dit gezamenlijk gaat aanpakken. De leiding van de bijeenkomst gebruikt deze gelegenheden om de technieken, waarover de moderne kwaliteitszorg beschikt, over te dragen.
Western Electric heeft in de laatste vier jaren een 30.000 leidinggevende functionarissen opgeleid in het kader van een nieuwe opzet van de kwaliteitszorg. In een van de fabrieken, waar 2000 man direct produktief personeel werkt, werden 12.000 opleidingsuren besteed aan 750 man leidinggevend personeel. Hierbij wordt van velerlei middelen gebruik gemaakt: de orthodoxe cursus; moderne reclamemiddelen, zoals „posters" (er is in Amerika een onderneming die reclamebiljetten ter verhoging van het kwaliteitsbewustzijn ontwerpt en drukt. De bedrijven kunnen zich hierop abonneren en krijgen dan iedere week nieuwe biljetten om in hun fabriek op te hangen); discussiebijeenkomsten; films en toneelstukken!

Steekproef uit

A one act play „Sampling Inspection" by Miss Bonnie Small.

Bill: What is in the record books?
Clem: Oh, I don't know — data, and all that (Pause). Its sort of hard to describe.
Bill: I mean, can you tell from those records what the trends in quality are, for some particular piece part?
Clem: Well, I don't know about that. You see it keeps us so busy making out the records and filing them away, we don't have time to do anything like keeping track of trends (Pause). I suppose a person could dig it out, though, if he ever wanted to..............

Het is duidelijk dat deze goede voorlichting en opleiding een van de voornaamste pijlers is waar de succesvolle toepassingen op rusten.

Waarom maken we ons eigenlijk druk?

Waarom en in welke omstandigheden moeten we tijd en geld besteden aan de invoering van moderne methoden van kwaliteitsbeheersing in het bedrijf?

Het zij mij verre, dat ik een bedrijfsdirecteur zou afhouden van het introduceren van moderne methoden van kwaliteitszorg in zijn bedrijf, alleen omdat hij dat leuk vindt. Vele belangrijke ontwikkelingen kwamen slechts tot stand omdat iemand er plezier in had. Maar in het algemeen gaat men van dergelijke hulpmiddelen gebruik maken omdat ze kostenbesparend werken.

Het is in zo'n geval uiteraard nuttig om zich, alvorens met de invoering te beginnen, af te vragen hoe groot de kosten zijn waarop men besparingen kan bereiken.

Deze kosten zijn de zuivere „out of pocket expenses" zoals:

— tweede keus artikelen (bv. in de textielindustrie)
— herbewerking van halffabrikaten of eindprodukten voor het herstellen van gebreken
— uitval van half- of eindfabrikaat wegens onbruikbaarheid
— „servicekosten" door gebreken die bij de afnemer blijken
— de kosten van het inspectieapparaat, dat men instandhoudt voor het tegengaan van de bovengenoemde kosten
— capaciteitsverliezen, doordat het produktieapparaat door bovengenoemde oorzaken extra wordt belast.

Verder zijn er een aantal minder gemakkelijk in geld waardeerbare kosten die echter zeer belangrijk kunnen zijn:

— verlies van goodwill, doordat produkten bij de klant gebreken blijken te vertonen
— onzekerheid en wantrouwen bij de afnemer, doordat het kwaliteitsniveau van de afgeleverde produkten niet constant is
— produktieonrust in de eigen fabriek, door de bij leiding en arbeiders bestaande onzekerheid over kwaliteitsnormen en over de optredende kwaliteitsmoeilijkheden.

Het is duidelijk dat de te maken kosten voor verbetering in een redelijke verhouding zullen moeten staan tot de besparingen die op de bovengenoemde punten zullen kunnen worden bereikt.

Pareto-analyse

Een eerste belangrijke taak is nu het kwantificeren van deze kosten. Ten aanzien van de eerst genoemde groep zal men uit kunnen gaan van gegevens die — veelal extra-comptabel — in het bedrijf beschikbaar zijn. Vaak levert dit moeilijkheden op, omdat over belangrijke kostensectoren geen gegevens beschikbaar blijken te zijn. In zulke gevallen is het bijzonder verhelderend deze gegevens dan voor deze gelegenheid eens te gaan verzamelen. Daar zoudt U wel eens van kunnen schrikken!

Voor de tweede groep van kosten zal men zich meestal op vrij grove schattingen moeten baseren. Bij het analyseren van dergelijke kostengroepen kan gebruik gemaakt worden van een methode die, naar ik meen door Juran, de „Pareto-analyse" genoemd wordt.

Ter verklaring van deze naam diene dat de Italiaanse econoom Pareto, zich bezig houdend met de inkomensverdeling in verschillende landen, de „wet van Pareto" geformuleerd heeft. Uit deze „wet" volgt, dat van het totale in een land verdiende inkomen een relatief hoog percentage toevalt aan een relatief klein percentage van de bevolking.

Het analogon hiervan op het hier besproken gebied is, dat wanneer we berekenen in welke mate de verschillende mogelijke oorzaken bijdragen in het totaal van de kosten, een klein aantal kostenoorzaken verantwoordelijk blijkt te zijn voor een hoog percentage van deze kosten.

Als voorbeeld hiervan het volgende:

In een tricotagefabriek wordt een analyse gemaakt van de oorzaken van het tot tweede keus worden van een deel der produktie. Het percentage 2e keus blijkt ca. 8 te zijn. Een nadere analyse van dit kostenbedrag toont het volgende:

Oorzaak van de 2e keus	% van de gevallen
olievlekken, grondvuil	41
kalanderfouten	1
gaatjes (= fout van de breimachine)	26
lange ladders (= fout van de breier)	3
naaifouten	17
knipfouten	1
opmaakfouten	8
garenfouten	1
overige oorzaken	2

Wanneer we deze kosten rangschikken in volgorde van belangrijkheid en daarna cumulatief grafisch uitzetten krijgen we het volgende beeld.

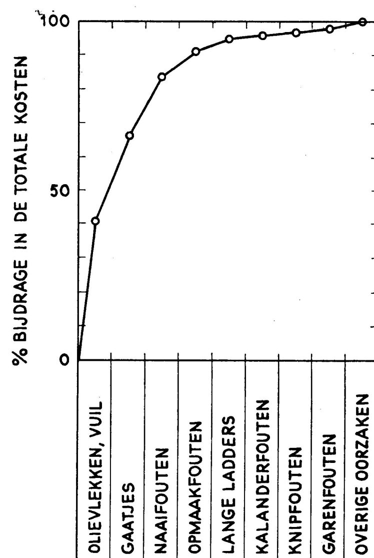


Fig. 2. Pareto-analyse 2e keus oorzaken

Het blijkt dat de eerste vier genoemde fouten verantwoordelijk zijn voor meer dan 90% van de totale kosten. Een verbetering van de 2e keus zal dus gericht moeten zijn op het terugdringen van deze factoren; werk verricht aan de overige foutenoorzaken zet weinig zoden aan de dijk.

Deze zeer voor de hand liggende conclusie wordt lang niet altijd getrokken. Soms, wanneer men een dergelijke analyse maakt, blijkt men verrast door het resultaat. „Ik dacht niet dat die vlekken zo belangrijk waren". Meestal wist men het wel, maar heeft men zich bij de situatie neergelegd. „Er is nu eenmaal niet veel aan te doen". Het is nodig de krachten min of meer geforceerd te concentreren op de verbetering van de factoren die bij de Pareto-analyse als de belangrijkste uit de bus gekomen zijn. Men ziet maar al te vaak dat veel aandacht besteed wordt aan factoren die uit kostenoogpunt onbelangrijk, maar technisch interessant zijn. Verschillende Amerikaanse fabrieken zijn zeer consequent in dit opzicht. Zij weigeren staforganen tijd te gebruiken voor het elimineren van andere dan de belangrijke foutenoorzaken.

Geografische Pareto-analyse

Een nuttige variant van de bovenomschreven methode kan worden toegepast in gevallen waar de fout geografisch kan worden gelocaliseerd: poreusheid van gietwerk, breifouten in tricotage, breuk van onderdelen, etc.

In een latexfabriek waar o.a. rubber huishoudhandschoenen worden vervaardigd, kwamen gaatjes in deze artikelen voor. Dit is bij dit produktieproces geen ongewoon verschijnsel. Deze gaatjes zijn een bij de deskundigen op dit gebied bekende en gevreesde fout. Zij worden meestal veroorzaakt door luchtinsluitingen tijdens het dompelproces.

Het percentage handschoenen dat tengevolge van deze fout moest worden afgekeurd bedroeg ca. 8%. Daar dit te hoog was werden allerlei technische veranderingen aangebracht, waardoor het percentage daalde tot ca. 3%. Dat was nog rijkelijk hoog, maar men was „aan het eind van z'n Latijn".

Men ging er toen toe over de fouten die geconstateerd werden aan te geven op een plattegrond van de handschoen (zie figuur).

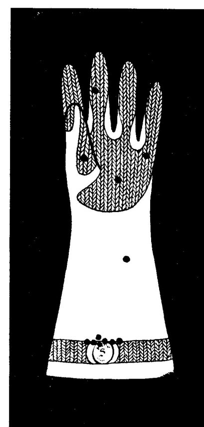


Fig. 3. Geografische Pareto-analyse

Hieruit bleek dat een groot aantal kruisjes op een bepaalde plaats van de handschoen geconcentreerd lag. Dit gaf de technische deskundigen een duidelijke aanwijzing voor de te nemen maatregelen. Een affresen van een klein randje van het op die plaats op de matrijs aangebrachte merk was voldoende om de fouten tot minder dan 1% te doen dalen.

(wordt vervolgd)

Literatuur:

(1) Shewhart, W. A. — Economic Control of Quality of Manufactured Product, New York 1931.

(2) Grant, E. L. — Statistical Quality Control, New York — London 1952.

(3) Juran, J. M. — Quality Control Handbook, New York — London 1951.

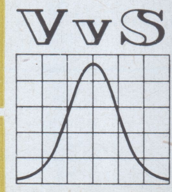
(4) Duncan, A. J. — Quality Control & Industrial Statistics, Chicago 1952.

(5) Willemze, F. G. — Taak en plaats van de kwaliteitsfunctionarissen, Sigma nr 6 — dec. 1955.

In de aankondiging van het artikel Bedrijfssignalering in het vorige nummer is een storende fout geslopen, waarvoor wij onze verontschuldiging aanbieden. De Heer A. W. Versteeg is verbonden aan de Nederlandse Stichting voor Statistiek, Bankaplein 1A, Den Haag.

Redactie: J. W. E. Vos, math. drs.

Statistisch Nieuws



Mededelingenblad van de Vereniging voor Statistiek

In hoeverre is voetbaltoto een kansspel?

Door de recente publikatie van het rapport van de voetbaltotocommissie van de Koninklijke Nederlandse Voetbalbond is aan het instituut van een nationale voetbaltoto grote bekendheid gegeven. In verband hiermede zond de heer A. J. van der Toorn te 's-Gravenhage ons enkele beschouwingen, overgenomen uit het Taschenbuch für Totofreunde van de Saarland-Sporttoto en aangevuld met statistische gegevens van de totalisator in enkele andere landen. Uit deze beschouwingen zou volgen in hoeverre de toto-wedder door zijn speciale kennis van het voetbalspel een grotere kans heeft dan volgens de kansrekening mogelijk geacht kan worden. Tot dusverre is, aldus onze inzender, op deze vraag in Nederlandse publikaties geen objectief antwoord gegeven. Het hier bijeengebrachte cijfermateriaal leidt echter tot de conclusie dat de voetbaltotowedder het toto-geluk weliswaar niet kan bedwingen, doch wel in belangrijke mate kan beïnvloeden.

Voor onbekenden met het voetbaltotospel volgt hier een beknopte toelichting:

Gewed wordt op de uitslagen van 10, 11 of 12 wedstrijden. Het aantal weddenschapswedstrijden is per land verschillend. De wedder moet nu van elk van deze wedstrijden voorspellen of de thuisclub wint of verliest van de bezoekende club, of dat deze clubs gelijkspelen. Een voorspelling van één serie uitslagen heet een „tip". Per tip wordt een bepaald bedrag ingezet. De wedder kan meerdere tips op een daarvoor bestemd toto-wedbiljet inleveren. Deze ingevulde en betaalde toto-wedbiljetten worden vóór de aanvang der wedstrijden aan het centrale totokantoor ingezonden. Alle inzetten worden getotaliseerd tot een grote pot. Een deel (meestal 50%) van deze pot wordt verdeeld onder de winnaars (prijzenpot). Deze prijzenpot verdeeld in 3 gelijke delen. Het eerste derdedeel van de prijzenpot wordt verdeeld onder de wedders, die alle uitslagen der weddenschapswedstrijden goed geraden hebben, dus 0 fouten hebben gemaakt („1e-rangs-winnaars"). Het tweede derdedeel der prijzenpot wordt verdeeld onder de wedders, die op één na alle uitslagen goed hebben voorspeld („2e rang") en de winnaars met 2 fouten ontvangen hun aandeel uit het overschot van de prijzenpot („3e rang"). De wedders met meer dan 2 fouten ontvangen niets en verliezen hun inzet.

Teneinde de wiskundige verwachting van de aantallen prijswinnaars te berekenen moeten we de kans om de uitslag van een wedstrijd juist te raden, vastleggen. We gaan er hierbij vanuit dat de wedder *niets* afweet van het voetbalspel en de krachtsverhoudingen en maar lukraak de uitslag, ofwel met gelijke kansen winst, verlies of gelijkspel, voorspelt. Onverschillig wat de werkelijke uitslagen van de wedstrijden zijn, betekent dit dat de kans op juist raden per wedstrijd $^1/_3$ bedraagt en de kans op fout raden $^2/_3$. De kans om bij n voorspellingen precies k fouten te maken wordt dus gegeven door de binomiale verdeling:

$$P(k) = \binom{n}{k} \frac{2^k}{3^n}$$

De uitkomsten van deze formule voor n = 10, 11, 12 en k = 0, 1, 2 vindt men in onderstaande tabel 1.

TABEL 1

Kans op	0 fout	1 fout	2 fout
10 wedstrijden	0,000016935	0,000338702	0,003048315
11 „	,000005645	,000124191	,001241906
12 „	,000001882	,000045160	,000496763

In de eerste twee jaar van haar bestaan werden in de Saarland-Sporttoto 74,5 miljoen tips, elk op 11 wedstrijden betrekking hebbende, door de wedders ingevuld. Met behulp van bovenstaande kansen voor n = 11 kunnen dus de verwachte aantallen 1e, 2e en 3e rangsprijswinnaars worden berekend, welke aantallen men in tabel 2 vindt. De werkelijke aantallen waren echter veel hoger, zoals uit de volgende kolom van deze tabel blijkt. In totaal waren er bijna 5 maal zoveel treffers als volgens de waarschijnlijkheidsrekening te verwachten was. Men kan dus spreken van een *beïnvloedingscoëfficiënt* van 4,6 waarmee het totowedden van het zuivere kansspel afwijkt. Voor de afzonderlijke categorieën bedroegen deze coëfficiënten resp. 13,9; 9,1 en 4,1.

TABEL 2

Saarland 11 wedstrijden; 3 winstrangen; 74,5 miljoen tips

	Verwachte aantallen	Werkelijke aantallen	Beïnvloedingscoëff.	p [1])
1e rangswinnaars	421	5829	13,9	0,58
2e rangswinnaars	9252	84003	9,1	0,58
3e rangswinnaars	92522	378829	4,1	0,60
Totaal prijswinnaars	102195	468661	4,6	

1) Deze kolom komt pas in het naschrift ter sprake.

De wedders konden door hun kennis en spelinzicht hun winstkansen blijkbaar aanzienlijk verbeteren. Dit is te opmerkelijker omdat de Saarlandse wedstrijdprogramma's in het algemeen moeilijker te voorspellen zijn dan die van andere landen, aangezien de Saarlandse totowedstrijden voornamelijk betrekking hebben op niet-Saarlandse clubs.

Ook in de andere Europese landen vindt men hoge beïnvloedingscoëfficiënten, hetgeen blijkt uit tabel 3.

TABEL 3

Zwitserland 12 wedstrijden; 3 winstrangen 16e seizoen; 1953/54; 130 miljoen tips

	Werkelijke aantallen	Verwachte aantallen	Beïnvloedingscoëff.	p
0 fout	2196	245	9,0	0,60
1 fout	53571	5871	9,1	0,59
2 fouten	385902	64579	6,0	0,59
Totaal	441669	70695	6,2	

Oostenrijk 12 wedstrijden; 3 winstrangen 6e seizoen; 1954/55; 72,8 miljoen tips

	Werkelijke aantallen	Verwachte aantallen	Beïnvloedingscoëff.	p
0 fout	1572	137	11,5	0,59
1 fout	27357	3288	8,3	0,59
2 fouten	232371	36165	6,4	0,59
Totaal	261300	39590	6,6	

Denemarken 12 wedstrijden; 3 winstrangen 6e seizoen; 1954/55; 174,5 miljoen tips

	Werkelijke aantallen	Verwachte aantallen	Beïnvloedingscoëff.	p
0 fout	2091	328	6,4	0,611
1 fout	45344	7880	5,8	0,606
2 fouten	302512	86687	3,5	0,616
Totaal	349947	94895	3,7	

Uit deze cijfers, welke gebaseerd zijn op ruim 450 miljoen gecontroleerde tips, blijkt duidelijk, dat het „toto-geluk" niet beheerst, doch wèl in belangrijke mate beïnvloed kan worden.

Dit kan dan toegeschreven worden aan de mogelijkheid voor de geoefende speler om rekening te houden met verschillende factoren die de uitslagen kunnen beïnvloeden, zoals de conditie van de voetballers, de vaardigheid van het samenspel, de betekenis van de wedstrijd voor de competitiestand, de weersomstandigheden e.d.

Daarnaast is nagegaan wat de invloed is van *verrassende* wedstrijduitslagen op het wedden.

Onder de uitslagen van voetbalwedstrijden zijn er steeds, die afwijken van de prognoses van sportcommentators, sportredacteuren en de algemene verwachting. Wanneer het aantal uitslagen van een wedprogramma volgens de verwachtingen is, is het aantal prijswinnaars het hoogst en zijn dus de uit te keren prijzen lager dan het gemiddelde. Naarmate echter het aantal verrassende uitslagen toeneemt, zal het aantal winnaars dalen, zoals o.m. blijkt uit onderstaande tabel 4, die weer ontleend is aan gegevens uit het genoemde Taschenbuch.

Uit deze tabel blijkt bovendien, dat naarmate het aantal verrassende uitslagen stijgt, het relatief moeilijker wordt 0 fouten te voorspellen in plaats van 1 of 2 fouten. Het belang van het gevonden verband tussen het aantal verrassingen en het percentage prijswinnaars is hierin gelegen, dat direct na het bekend worden van de voetbaluitslagen, dus van de „verrassingen", een schatting kan worden gegeven van het aantal prijswinnaars en dus van de hoogte der uit te keren prijzen in elke rang. Een zodanige, snelle bekendmaking kan er in belangrijke mate toe bijdragen de eventuele winnaars te kalmeren, zodat zij zich niet verliezen in de wolken van een fictief toto-geluk, doch met hun benen op de grond blijven staan. Tot zover de heer A. J. van der Toorn.

De redactie tekent hierbij nog het volgende aan:

Het eerste deel van bovenstaande redenering is in zoverre juist, dat de nulhypothese: de kans op een juiste voorspelling van de uitslag van een wedstrijd is $1/3$, verworpen moet worden, de wedders hebben dus een grotere kans om juist te raden. Dat de voetballiefhebber door zijn meerdere kennis van het voetbalspel in staat is zijn geluk in belangrijke mate te beïnvloeden is echter een conclusie die voor discussie vatbaar is. Een ieder kan nl. vermoeden dat de kans op een gelijkspel kleiner is dan de gemiddelde kans op winst of verlies en inderdaad blijkt uit de jaarverslagen van de Kon. Ned. Voetbalbond dat het percentage der wedstrijden van de eerste klasse der competitie dat in gelijkspel geëindigd is, steeds ongeveer 22 bedroeg terwijl het voor de lagere klassen nog lager ligt. Nemen we gemakshalve aan dat er 20 % kans is op gelijkspel en 80 % kans op winst of verlies, dan is, indien men verder niets afweet van de sterkteverhoudingen van de ploegen, de doeltreffendste manier van wedden om steeds winst of verlies — met gelijke kansen — te voorspellen en nooit gelijkspel. De kans van juist raden is dan $\frac{1}{2} . 80\% = 40\%$ dus aanmerkelijk meer dan $1/3$ en vult men deze waarde in de formule van de binomiale verdeling in dan blijken de werkelijke aantallen prijswinnaars niet meer in belangrijke mate van de verwachte aantallen af te wijken. Daarom hebben wij de omgekeerde weg bewandeld en uit de werkelijke aan-

TABEL 4

aantal verrassingen per ronde	aantal tips x 1000	totaal aantal winnaars	winnaars per 1000 tips	aantal winnaars 0 fout (1e rang)	% van totaal aantal winnaars	aantal winnaars 1 fout (2e rang)	% van totaal aantal winnaars	aantal winnaars 2 fout (3e rang)	% van totaal aantal winnaars
0	3686	171707	46,6	2734	1,59	32419	18,88	136554	79,53
1	4236	73579	17,4	488	0,66	8783	11,94	64308	87,40
2	4677	59683	12,9	428	0,71	6949	11,64	52306	87,65
3	4072	30444	7,5	150	0,49	3004	9,87	27290	89,64
4	8008	30284	3,8	150	0,49	2912	9,62	27222	89,89
5	8007	15055	1,9	49	0,33	1245	8,27	13761	91,40
6	5593	5992	1,1	26	0,43	531	8,85	5435	90,72
7	1996	1392	0,7	7	0,50	125	8,98	1270	90,52
3,6	40275	388136	9,6	4032	1,04	55968	14,42	328146	84,54

tallen prijswinnaars de kans berekend om een wedstrijd fout te voorspellen. Het verwachte aantal deelnemers met k fouten uit n wedstrijden bedraagt

$$N\ P(k) = N \binom{n}{k} p^k q^{n-k},$$

waarin N het totaal aantal deelnemers, p de kans op een onjuiste en q die op een juiste voorspelling betekent. Voor iedere k (= 0, 1 of 2) is uit het bekende aantal prijswinnaars p op te lossen hetgeen het eenvoudigste geschiedt door gebruikmaking van een tabel met individuele termen van de binomiale verdeling [1]). De resultaten zijn in de laatste kolom van tabel 2 gegeven. Op het eerste gezicht komen deze waarden overeen met de hypothese van 20 % kans op gelijkspel en uitsluitend winst of verlies voorspellen door de deelnemers. Men kan dus de conclusie trekken dat men even goede resultaten in de voetbaltoto kan behalen als werkelijk gevonden, slechts dank zij de „triviale" voorkennis van het voetbalspel dat de kans op gelijk spel minder is dan 1/3 doch zonder verder enig idee te hebben omtrent de winstkansen van een of meer clubs. Toch blijft het verschijnsel dat de drie gevonden waarden van p ongelijk zijn hiermee onverklaard. Het is de redactie niet gelukt de (samengestelde) hypothese te toetsen dat alle deelnemers dezelfde kans p bezitten om goed te raden, doch zij krijgt wel sterk de indruk dat het gevonden verschil zeer significant is. Bovendien bleek dat de alternatieve hypothese: de deelnemers vallen uiteen in twee groepen, waarvan een met een vrij lage kans om juist te voorspellen en de andere met een hogere kans, verenigbaar is met het feit dat een hogere p werd gevonden bij de lagere (3e) rangswinnaars. De gevonden aantallen komen b.v. bij benadering overeen met de aanname dat 85 % van de deelnemers een foutenkans van 0,65 en 15% een van 0,50 heeft. Dit zou dus betekenen dat *er deelnemers zijn die een beter inzicht in de einduitslagen hebben dan de overige totowedders.* Deze op zichzelf eveneens belangrijke conclusie wordt evenwel weer geheel tegengesproken als men de uitkomsten van tabel 3 beschouwt. Voor Zwitserland dalen de p's voor de lagere rangen, wat zelfs met de alternatieve hypothese in strijd schijnt te zijn. Voor Oostenrijk vinden we gelijke p's, dus voor alle deelnemers een constante kans op onjuist voorspellen van 0,59 en bij Denemarken is er alleen een geringe onregelmatige fluctuatie. Het is de redactie daarom niet mogelijk om nog enige conclusies aan deze resultaten te verbinden. Bovendien blijkt nog, als men de wedstrijduitslagen dieper bestudeert, dat een aanmerkelijk groter deel van de „thuiswedstrijden" wordt gewonnen dan verloren. Uit de in het Taschenbuch gepubliceerde uitslagen bleek n.l. dat het percentage thuiswedstrijden dat gewonnen wordt tussen de 45 en 55 bleek te liggen. Stellen we dit percentage op 50 dan blijkt men zijn winstkansen nog aanzienlijk te kunnen vergroten, door van alle wedstrijden op het formulier te voorspellen dat de „thuis" spelende club zal winnen. De kans op een juiste voorspelling wordt dan eveneens 50 % en dit heeft tot gevolg dat de aantallen prijswinnaars, indien alle deelnemers deze taktiek zouden toepassen, nog minstens 5 maal zo groot zouden worden. Dit alles geldt nog steeds onder de veronderstelling dat de wedders niets afweten van de overige factoren die de uitslag beïnvloeden, zo dit wel het geval is, kunnen de winstkansen nog aanmerkelijk groter worden.

De eindconclusie moet dus luiden dat er *geen enkele grond is* om aan te nemen dat de wedders een beter gefundeerde voorspelling kunnen doen dan dat de thuisclub zal winnen. Mochten er lezers zijn die het met deze beschouwingen oneens zijn, dan worden zij vriendelijk verzocht hun commentaren aan de redactie toe te zenden.

[1]) Tables of the Binomial Probability Distribution, Nat. Bur. of Standards, Washington, 1950.

Statistisch Allerlei

De statisticus als profeet

Voor het vraagstuk dat onder deze titel in Statistisch Nieuws werd opgegeven, zijn drie oplossingen binnengekomen en wel van H. P. Smink (Rotterdam), F. Timmers (Heerlen) en A. Muijen (Eindhoven). Na bestudering van deze lijvige oplossingen die, gelijk onze lezers reeds weten, de redactie de nodige grijze haren hebben opgeleverd, bleek de prijs voor de beste oplossing toe te komen aan H. P. Smink, Terschellingsestraat 17, Rotterdam Z. De prijs bestaat uit een plastic tekendriehoek, waarin een normale verdeling is uitgespaard en zal binnenkort aan de winnaar worden toegezonden.

De oplossing luidt als volgt.

a. Er zijn a_i reeksen van precies i plustekens, en dus $\sum\limits_{j=i+1} a_j$ *) reeksen van meer dan i plustekens, dat is dus tevens het aantal der plustekens dat wordt voorafgegaan door i en slechts i andere plustekens. Daarvan worden er k_i maal zoveel plus, dus juist voorspeld, en dit geldt voor alle i. De verwachtingswaarde van het totale aantal juist voorspelde plustekens is dus $\sum\limits_{i=1} k_i \sum\limits_{j=i+1} a_j$.

Hierin zijn nog niet betrokken de eerste tekens van alle plussequenties, die immers door een min-sequentie worden voorafgegaan. b_i hiervan worden door i mintekens voorafgegaan. De kans dat deze toch plus, dus juist voorspeld worden is $1-l_i$ en dit geldt weer voor alle i. Nemen we bovendien aan dat de laatste sequentie van de gegeven reeks er een is van t mintekens dan wordt deze verwachtingswaarde nog verminderd met $1-l_t$. Het verwachte totale aantal juist voorspelde plustekens wordt dus

$$E(D) = \sum_{i=1} k_i \sum_{j=i+1} a_j + \sum_{i=1} b_i\,(1-l_i) - (1-l_t).$$

Analoog vinden wij:

$$E(A) = \sum_{i=1} l_i \sum_{j=i+1} b_j + \sum_{i=1} a_i\,(1-k_i)$$

(hierbij vervalt de laatste term)

b. Bij de tweede vraag gaat het erom het aantal juiste voorspellingen zo groot mogelijk te doen zijn, dus k_i en l_i zo te bepalen dat $E\,(A+D)$ maximaal is. Hiervan berekenen we eerst alleen de termen met a_j en k_i, die met b_j en l_i kunnen dan door de analogie worden gevonden. En wel geldt:

$$\sum_{i=1} k_i \sum_{j=i+1} a_j - \sum_{i=1} a_i k_i = \sum_{i=1} k_i \left\{ \sum_{j=i+1} a_j - a_i \right\}$$

Stel hierin $k_i - k_{i-1} = d_i$ $(i = 1,2,3\ldots.)$ en $k_o = 0$ en analoog $l_i - l_{i-1} = e_i$, $l_o = 0$. Dan komt er

$$\sum_{i=1} \sum_{r=1}^{i} d_r \left\{ \sum_{j=i+1} a_j - a_i \right\} = \sum_{r=1} d_r \sum_{i=r}$$

$$\left\{ \sum_{j=i+1} a_j - a_i \right\} = \sum_{r=1} d_r \left\{ \sum_{j=r+1} a_j \sum_{i=r}^{j-1} 1 - \sum_{j=r} a_j \right\} =$$

$$\sum_{r=1} d_r \left\{ \sum_{j=r+1} a_j\,(j-r) - \sum_{j=r} a_j \right\} =$$

*) Een Σ-teken zonder bovengrens betekent dat tot de grootste waarde van j wordt gesommeerd.

$$\sum_{r=1} d_r \sum_{j=r} (j-r-1)\, a_j$$

We vinden dus $E(A+D) = \sum_{r=1} d_r \sum_{j=r} (j-r-1)\, a_j$

$$+ \sum_{r=1} e_r \left\{ \delta_r + \sum_{j=r} (j-r-1)\, b_j \right\} + \sum_{i=1} (a_i + b_i) - 1.$$

waarin $\delta_r = 1$ voor $r \leq t$ en $\delta_r = 0$ voor $r > t$, in verband met de laatste term in $E(D)$. In deze uitdrukking moeten de getallen e_r en $d_r \geq 0$ met $\sum e_r \leq 1$ en $\sum d_r \leq 1$ zo gekozen worden dat het geheel maximaal is.
Zoek daartoe die waarde voor $r = r_1$ waarbij $\sum_{j=r} (j-r-1)\, a_j$ maximaal is en kies $d_{r_1} = 1$ en alle overige $d_r = 0$, en die waarde $r = r_2$ waarvoor $\delta_r + \sum_{j=r} (j-r-1)\, b_j$ maximaal is en kies $e_{r_2} = 1$ en alle overige $e_r = 0$.
Mocht dit maximum negatief zijn, wat even goed kan voorkomen, kies dan alle d_r, resp. alle $e_r = 0$. Dat betekent dat $k_r = 0$ resp. $l_r = 0$ voor $r < r_1$ resp. $r < r_2$ en $k_r = 1$ resp. $l_r = 1$ voor $r \geq r_1$ resp. r_2. Bij een negatief maximum zijn alle k_r resp. $l_r = 0$ te kiezen. Het eerste geval kan zich b.v. voordoen indien de reeks $a_1, a_2, \ldots$ een plotseling minimum vertoont, of een sterke daling plotseling in een zwakke daling overgaat. Het tweede geval komt voor indien de aantallen a_i en b_i voldoende sterk afnemen als i stijgt. De reeks $a_i = 140, 70, 35, 18, 6, 4, 3, 2, 1$ levert b.v. voor $r_1 = 5$; $a_5 = 6$, een maximum, zodat gekozen moet worden $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 0$, $k_5 = k_6 = \ldots = 1$. Vervangen we in deze reeks $a_3 = 35$ door 31 dan wordt $r_1 = 3$.

c. A en D zijn onafhankelijk verdeeld omdat iedere loting slechts gebaseerd is op het voorafgaande teken en niet op de voorspelling.

d. Voor iedere i zijn er $\sum_{j=i+1} a_j = A_i$ plustekens, waarbij de kans op een juiste voorspelling k_i is en $b_i = B_i$ plustekens, waarbij die kans $1 - l_i$ is (waarbij we gemakshalve afzien van het „randeffect" van de laatste sequentie). De kans op x_i juiste voorspellingen onder zo'n groep van A_i plustekens is dus

$$\binom{A_i}{x_i} k_i^{\,x_i} (1-k_i)^{A_i - x_i},$$

de kans op y_i juiste onder een groep van B_i „eerste"plustekens is analoog

$$\binom{B_i}{y_i} (1-l_i)^{y_i}\, l_i^{\,B_i - y_i}.$$

Al deze kansen zijn onderling onafhankelijk, de simultane kans is dus het produkt: $f(x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots) =$

$$\prod_{i=1}^{\infty} \binom{A_i}{x_i} k_i^{\,x_i} (1-k_i)^{A_i - x_i} \binom{B_i}{y_i} l_i^{\,B_i - y_i} (1-l_i)^{y_i}$$

en de frequentiefunctie voor D wordt dus:

$$f(D) = \sum_{\Sigma(x_i + y_i) = A} f(x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots)$$

Op analoge wijze leidt men de frequentiefunctie voor A en $A + D$ af. De heer Smink merkt bovendien op dat deze verdeling zeer nauw aansluit bij de normale verdeling met gemiddelde en variantie gelijk aan de som der gemiddelden en varianties van de afzonderlijke binomiale verdelingen waaruit zij is opgebouwd.

Prof. Fréchet in ons land

De bekende Franse wiskundige en statisticus Maurice Fréchet, oud-hoogleraar van de Sorbonne bracht van 25 tot en met 29 april j.l. een bezoek aan ons land. Een deel van de door hem gehouden lezingen was gewijd aan een theoretisch wiskundig onderwerp en kan hier buiten beschouwing gelaten worden. Te Utrecht (Mathematisch Instituut) en Amsterdam (Mathematisch Centrum) behandelde hij het onderwerp: „Eléments aléatoires de nature quelconque." Dit was een theoretische beschouwing betreffende stochastische variabelen in abstracte ruimten. In het „Maison Descartes" te Amsterdam sprak hij over een zuiver statistisch onderwerp: „Réhabilitation de la notion statistique de l'homme moyen". Het begrip „gemiddelde mens" is ingevoerd door Quetelet voor het denkbeeldig individu waarvan een aantal antropologische maten gelijk is aan de gemiddelden van de overeenkomstige maten voor een bepaalde populatie mensen. Dit begrip kan uiteraard ook gebruikt worden voor andere populaties. Indien de beschouwde maten onderling sterk afhankelijk zijn, zal het aldus gedefinieerde gemiddelde individu vaak onbestaanbaar of althans dermate gedisproportioneerd zijn, dat het de populatie moeilijk kan representeren. Prof. Fréchet gaf een overzicht van de alternatieve definities, die deze bezwaren niet bezitten en toch het idee van Quetelet zo goed mogelijk benaderen. Van belang is hierbij dat men steeds een individu van de populatie aanwijst, dat wat betreft de onderzochte eigenschappen volgens een of ander criterium gemiddeld zo dicht mogelijk bij de andere individuen ligt.

Personalia

Ir. S. H. Justesen, lector in de proefveldtechniek aan de Landbouwhogeschool te Wageningen, is voor de tijd van 4 à 5 maanden door de Voedsel en Landbouw Organisatie der Verenigde Naties uitgezonden naar Mexico, waar hij een cursus in de landbouwstatistiek zal geven aan het regionale opleidingscentrum van de Organisatie in Mexico-City. Tevoren maakt hij een korte reis door de Midden-amerikaanse landen teneinde zich op de hoogte te stellen van de beschikbare landbouwstatistische gegevens. De heer Justesen die reeds in 1954 een soortgelijke opdracht in India vervulde, is op 17 maart j.l. vertrokken.

Op 4 mei 1956 promoveerde **M. J. Maurice** aan de Vrije Universiteit te Amsterdam tot doctor in de wis- en natuurkunde op een proefschrift getiteld: The determination of sulphur and its compounds in rayon. In dit proefschrift heeft Dr. Maurice de t-toets, de F-toets en de methode der kleinste kwadraten toegepast op scheikundige experimenten.

R. Doornbos, medewerker van de Statistische afdeling van het Mathematisch Centrum, treedt op 1 september 1956 als statisticus in dienst van de N.V. Unilever te Rotterdam.

Dr. L. N. H. Bunt, wetenschappelijk hoofdambtenaar A bij het Pedagogisch Instituut der Rijksuniversiteit te Utrecht is voor de duur van een jaar door de Opvoedkundige, Wetenschappelijke en Culturele Organisatie der Verenigde Naties uitgezonden naar Brazilië, teneinde het Ministerie van Onderwijs aldaar te adviseren bij de hervorming van het middelbaar onderwijs in de wis- en natuurkunde. Dr. Bunt is op 9 mei j.l. naar Rio de Janeiro vertrokken.

Uit de Vereniging

Wegens plaatsgebrek kunnen enkele berichten betreffende de Biometrische Dag, de Medisch-biologische sectie, de Bedrijfssectie en de Economische sectie pas in het volgende nummer van Statistisch Nieuws worden opgenomen.

Druk: N.V. Luctor et Emergo, Den Haag